CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

२८

'मास्टर' मणिमालायाः २६९ संख्यको मणिः (ज्यौ० ग्रं० ५३)

॥ श्रीः ॥

विज्ञवरश्रीनीलाम्बरनिर्मितस्य

गोलप्रकाशस्य

गोलीयरेखागणित-चापीयत्रिकोणगणितम्

मुजफ्फरपुरमण्डलान्तर्गत-'मानेचौक'ग्रामनिवासिना
काशीस्थ—युगलकिशोररुइयासंस्कृतपाठशालायां
ज्यौतिषशास्त्रप्रधानाध्यापकेन ज्यौतिषाचार्य-
स्व० पं० श्रीचन्द्रशेखरशर्मणा

झोपाख्येन कृतया सोपपत्ति-
कव्याख्यया संवलितम्

तेनैव ...
संशोधित ... विचक्षणाः ।

तच— ... गिसंशय
दरभङ्गामण्डलान्तर्गत—'जरिसो' ग्रामनिवासि- ... स्थ-
जानकीसंस्कृतविद्यालयज्यौतिषाध्यापक-ज्यौ-
तिषाचार्य-प्राप्त-स्वर्णपदक पं० श्रीमुनीन्द्रझा
शर्मकृतटिप्पणीसहितम् ।

तदिदम्—
काशीस्थ—'संस्कृत-बुकडिपो' स्वामिभिः
मास्टर खेलाड़ीलाल ऐण्ड सन्स महोदयैः
...ये 'मास्टर प्रिण्टिङ्ग वर्क्स' इत्याख्यमुद्रणालये
मुद्रापयित्वा प्रकाशितम् ।

सन् १९५६ ई०

[मूल्यम् ४/)]

516.02
NIL

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

प्रकाशकः—
बी० एन० यादव, प्रोप्राइटर,
मास्टर खेलाड़ीलाल ऐण्ड सन्स,
संस्कृत-बुकडिपो,
कचौड़ीगली, वाराणसी-१

सर्वः पुनर्मुद्रणाद्यधिकारः प्रकाशकेन सुरक्षितः।

मुद्रकः—
मास्टर-प्रिण्टिङ्ग-वर्क्स,
बुलानाला, काशी।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

भूमिका

इह ज्यौतिषशास्त्रप्रयोजनभूतस्यादेशस्य स्फुटग्रहाधीनत्वात्तेषां च गोलाश्रितत्वाज्ज्यौतिषसिद्धान्तरसिकैर्विबुधैः समादरपदमानीतं गोलस्वरूपावगमकं नीलाम्बरीयं गोलीयरेखागणितं गोलीयपदार्थावबोधकं तदीयं चापीयत्रिकोणगणितं च संप्रति तत्तत्प्रान्तीयशिक्षाविभागस्य संस्कृतपरीक्षायां पाठ्यत्वेन निर्धारितत्वान्नितरां समादरस्थानमारोहतीति तावदतिरोहितमेव। अत एतादृशयोरेतयोर्ग्रन्थकारप्रदर्शितोपपत्तेर्गौरवात् पुस्तकाप्राप्तेश्च पठनादिसौकर्यमलभमानैश्छात्रैर्भूयो भूयः संप्रार्थितोऽहं तत्रभवतां महामहोपाध्याय-झोपाख्यश्री ६ मुरलीधरशर्मगुरुवराणामनुमतिं चादाय गोलीयप्रसिद्धक्षेत्रादिसम्बन्धेन सोपपत्तिकां विवृतिं विधाय स्थाने स्थाने विशेषटिप्पण्यादिभिर्नवीनगणितचक्रैश्चालंकृत्य प्रस्तुतवानस्मि। आशासे च गुणग्राहिणः सहृदया विचक्षणाः स्वकारुण्यकटाक्षलक्ष्मेनां कुर्वन्तः स्वीयसद्बुद्धिविचारसारैः पुरोभागिसंशयस्फुलिङ्गं च निर्वापयन्तो मां सफलायासं करिष्यन्तीति।

इह कृतविवृतौ मे यच्च्युतं भ्रान्तियोगात्
तदिह सकलविद्भिः शोधनीयं भवद्भिः॥
इति मिलितकरोऽहं प्रार्थये विज्ञवृन्दं
परनवकृतितुष्टं शेखरश्चन्द्रपूर्वः॥ १॥ इति

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

ज्ञेयमिति ❀ यथा गोले खमध्यग्रहस्थानरूपबिन्दुद्वयान्तरं खमध्यग्रहयोरुपरिगतदृग्वृत्तरूपे महद्वृत्ते खमध्याद्ग्रहावधि नतांशसमं भवितुमर्हतीति ।

(७) द्वयोर्बृहद्वृत्तचापयोः सम्पातेन गोलपृष्ठे गोलकोणो भवति स च तदीयक्षेत्रयोर्नमनेन मापितो भवति ।

अत्र गोलपृष्ठे महद्वृत्ताभ्यामुत्पन्नकोणमानं तयोर्वृत्तयोर्धरातलोत्पन्नकोणेन समानं भवतीति निष्पन्नोऽर्थः । †

(८) त्रिभिस्त्रिज्यावृत्तचापैरावृतं गोलपृष्ठोपरि यत् क्षेत्रं तच्च गोलत्रिकोणसंज्ञम् । तच्चापानि तस्य क्षेत्रस्य भुजाः स्युः, तानि प्रत्येकं खाष्टकुभागेभ्योऽल्पानि भवन्ति । ‡

यथा गोले दृग्वृत्तयाम्योत्तरग्रहगतध्रुवप्रोतवृत्तैः सञ्जातं नतांशलम्बांशद्युज्याचापांशेत्यवयवत्रयविशिष्टं त्रिभुजं गोलीयत्रिभुजाभिधं भवितुमर्हति ।

(९) यत्रिकोणे एककोणो नवत्यंशमितस्तद्गोलजात्यत्र्यस्रम् ।

यथा गोले क्रान्तिनाडीध्रुवप्रोतवृत्तैः सञ्जातं भुजांशविषुवांशक्रान्त्यंशेत्यवयवत्रयविशिष्टं त्रिभुजं नाडीध्रुवप्रोतवृत्ताभ्यामुत्पन्नकोणस्य समकोणत्वाच्चापजात्यमिति भवितुमर्हति । इह भुजकोटिकर्णानां कल्पनं सरलरेखागणितवदेवेति ।

(१०) द्वयोर्वृत्तयोरन्तर्गतक्षेत्रं वप्रक्षेत्रसंज्ञम् ।

यथा गोले पूर्वापरनाडीवृत्तयोः सम्पातेन पूर्वस्वस्तिकात् पश्चिमस्वस्तिकपर्यन्तं वृत्तयोरन्तर्गतो गोलप्रदेशो वप्रक्षेत्रपदेन व्यवहृयत इति ।

❀ गोलीयपृष्ठे भदलाल्पबिन्दुद्वये सुशक्तं वलयं विधेयम् ।
चेत्तज्जयोर्मण्डलयोरलघ्वो. संपातजातं वलयं त्वभीष्टम् ॥

अत्रोपपत्तिरपि स्वस्वपृष्ठकेन्द्रस्य वृत्तं प्रत्येकबिन्दुतो नवत्यंशान्तरे स्थितत्वाद्वृत्तयोः सम्पातजवृत्ते तयोः पृष्ठीयकेन्द्रगतमेवेति स्फुटतरैवेति ।

† वृत्तयोः स्पर्शरेखाभ्यां वृत्ताभ्यां च समुद्भवः ।
तद्वृत्तभूतलाभ्यां च कोणः स्यात्सदृशो बुधाः ! ॥

‡ परिभाषेयं विशेषोक्तगोलीयरेखागणितस्य तृतीयप्रतिज्ञापूर्वार्धमनुवादिनी । तत्रस्थतृतीया प्रतिज्ञा यथा ।

खनागेन्दुमितैरंशैरल्पः कोऽपि भुजो भवेत् ।
गोलपृष्ठोद्भवे त्र्यस्रे कोणोऽल्पोऽपि सदैव हि ॥

वस्तुतस्तु वृत्तयोः सम्पातस्य भार्धान्तरितत्वात् त्रिज्यावृत्तत्रयेण गोलोपरि गोलीयत्रिभुजस्य सद्भावादियं परिभाषैव भवितुमर्हतीति ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

(११) यदि केनचित् क्षेत्रेण गोलश्छेदितस्तदा तत् खण्डं गोल-खण्डसंज्ञम् ।

एतत्स्पष्टमेवेति ।

एवमेकादशपरिभाषाः ।

अथ प्रथमं क्षेत्रम् (१)

यदि गोलघनक्षेत्रं छेदितं केनचिद्भवेत् ।
क्षेत्रेण च्छेदितः स स्यात्प्रदेशो वृत्त एव हि ॥१॥*

यदीति । यदि गोलघनक्षेत्रं केनचित् समधरातलगतेन क्षेत्रेण च्छेदितं =खण्डितं भवेत्तदा स छेदितः प्रदेशो वृत्तो =वृत्तानुकार एवेति ।

यथाऽत्र कल्प्यते । गोले ध्रुवस्थानात्पूर्वस्वस्तिकवद्धसूत्रं नवत्यंशपूर्णंजीवा तथा ध्रुवात् खमध्यावधिलम्बांशपूर्णजीवा खमध्यात् पूर्वस्वस्तिकावधिर्नवत्यंशपूर्णजीवेति सूत्रत्रयेण यत्त्रिभुजं जातं तेन च्छेदितस्य गोलस्य वृत्तत्वमेव स्यादर्थात् खमध्यध्रुवपूर्वस्वस्तिकेति विन्दुत्रयमेकवृत्तगतमेवेति ।

अत्र गोलकेन्द्रात् त्रिभुजधरातलोपरि लम्बः कार्यः (रे० अ० ११ क्षे० ११) लम्ब-मूलात्प्रत्येकच्छेदितविन्दुं यावद्रेखाः कार्यास्तथा गोलकेन्द्रात् प्रत्येकच्छेदितविन्दुं याव-द्रेखाश्च कार्याः ।

अत्रोपपत्तिः—

गोलकेन्द्राच्छेदनविन्दुं =यावद्गोलत्रिज्या कर्णस्त्रिभुजधरातले बद्धरेखा भुजो लम्बः कोटिरिति सञ्जातानां सरलजात्यत्र्यस्राणां कर्णानां तुल्यत्वात् कोटेश्च सर्वनिष्ठत्वात्तद्वर्गान्त-रपदरूपा भुजा अपि समा एव भवितुमर्हन्ति (रे० अ० १ क्षे० ४७) अतश्छेदितप्रदे-शस्य वृत्तत्वं जातं यस्य केन्द्रं लम्बमूलं (रे० अ० १ प० १५।१६) इति ।

---

* यदि चैकेन गोलेन गोलोऽन्यश्छेदितो भवेत् ।
तदा च्छेदनरूपं तत्स्यादृवृत्ताकारमेव हि ॥

अत्रोपपत्तिः । अत्र प्रत्येकगोलकेन्द्राद्गोलसंपातगतप्रत्येकविन्दुपर्यन्तं सूत्रकरणेन गोलयोः केन्द्रगामिनीरेखाकरणेन च केन्द्रगामिनीरेखायां गोलकेन्द्रान्तरमाधारः प्रत्येक-गोलव्यासार्धरूपौ च भुजाविति सञ्जातानां त्रिभुजानामाधारस्य सर्वगतत्वाद्गोलव्यासार्ध-रूपभुजयोश्च मिथस्तुल्यत्वात् साम्यत्वमतिरोहितमेव (रे० अ० १ क्षे० ८) ततश्च केन्द्रान्तररेखागोलव्यासार्धाभ्यामुत्पन्नकोणस्य प्रत्येकगोलकेन्द्रगतस्य सर्वत्र तुल्यत्वात् केन्द्र-गामिनीरेखागोलसम्पाताच्छेदनविन्दुं यावच्चापानि समानि सिद्धान्यतश्छेदितप्रदेशस्य वृत्तत्वं जातं यस्य केन्द्रं केन्द्रगामिनीरेखागोलसम्पातविन्दुर्भवितुमर्हतीति ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अथ प्रथमक्षेत्रस्याऽनुमानानि–

(१) द्वयोर्बृहद्वृत्तयोः सम्पातौ गोलव्यासोपरि भवतः । अत एवैकेनापरमर्धितं भवति ।*

(२) व्यासोभयप्रान्तविन्दुद्वयभिन्नौ यौ विन्दू तयोरुपरिगतं बृहद्वृत्तमेकमेव भवति ।

(३) गोलत्रिकोणस्थभुजयोः स्वमार्गेण वर्धितयोः सम्पातः प्रथमसम्पाताद्धार्धांशां १८० न्तर एव भवति ।

(४) वृत्तस्य ध्रुवविन्दू तथा तस्य वृत्तस्य केन्द्रं गोलकेन्द्रं चैते चत्वारो विन्दव एकस्यां सरलरेखायामेव सा च सरलरेखा तद्वृत्तक्षेत्रोपरि लम्बरूपा स्यात् ।

(५) काचिद्रेखा क्षेत्रं वा कस्यचिद्वृत्तस्योपरि लम्बः स च चतुर्णां विन्दूनामन्यतमविन्दुगतस्तदा शेषविन्दुत्रयं च तल्लम्बगतं भवेत् । एवं रेखा क्षेत्रं वा चतुर्णां विन्दूनां मध्ये विन्दुद्वयगतं तदा वृत्तोपरि सा रेखा क्षेत्रं वा लम्बः शेषं च विन्दुद्वयं तस्यामेव रेखायां क्षेत्रे वा गतमस्तीति ज्ञेयम् ।

(६) द्वयोर्बृहद्वृत्तयोः क्षेत्रे यदि लम्बरूपे तदैकवृत्तस्य ध्रुवविन्दौ द्वितीयस्य क्षेत्रं गतं स्यात् । एकवृत्तस्य ध्रुवविन्दौ द्वितीयवृत्तं गतं तदैकवृत्तक्षेत्रं द्वितीयवृत्तक्षेत्रोपरि लम्बरूपं स्यात् ।

(७) एकं बृहद्वृत्तं द्वितीयबृहद्वृत्तस्यैकध्रुवगतं तदा द्वितीयबृहद्वृत्तमाद्यबृहद्वृत्तध्रुवविन्दुद्वयगतं भवति ।

(८) समानान्तरवृत्तयोर्याम्योत्तररेखा या चतुर्थपरिभाषया सिद्धा सा तथा तद्वृत्तयोर्ध्रुवविन्दू चैकस्यामेव सरलरेखायां भवन्ति । एवं

* "गोलपृष्ठे सदा स्यातां सम्पातौ वृत्तयोर्द्वयोः ।
महतोः त्वाष्टचन्द्रांशान्तरितौ गोलविस्फुटौ ॥"
–इति विशेषोक्तगोलीयरेखागणितस्य द्वितीया परिभाषाऽनुमानस्यास्यान्तर्गतेति।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

ययोर्वृत्तयोर्याम्योत्तररेखा द्वौ ध्रुवविन्दू चैकत्र रेखायां ते समानान्तरवृत्ते भवतः।

एवमष्टावनुमानानि प्रथमक्षेत्रसिद्धानि।

सर्वाण्येतानि स्पष्टतराण्येवेति।

अथ द्वितीयं क्षेत्रम् (२)

गोलोपरिगवृत्तस्य परिधिस्थितविन्दुतः।
तद्वृत्तध्रुवविन्दुः स्यात्समानान्तर एव हि॥ २॥

गोलोपरीति। गोलोपरिगवृत्तस्य = गोलस्थवलयस्य परिधिस्थितविन्दुतः = पालीगतचिह्नात् तत्तस्य वृत्तस्य ध्रुवविन्दुः समानान्तरे = तुल्यान्तर एव हि = निश्चयेन स्यात् = भवतीति।

यथा गोले अहोरात्रवृत्तस्य ध्रुवस्थानाभिधाद्ध्रुवबिन्दोरहोरात्रवृत्तस्य प्रत्येकबिन्दुस्तुल्यान्तरगत एव भवितुमर्हति।

गोलकेन्द्राद्ध्रुवस्थानपर्यन्तं रेखा ध्रुवसूत्राभिधा, कार्या सा अहोरात्रवृत्तधरातले यत्र लग्ना तस्मादहोरात्रवृत्तप्रत्येकबिन्दु यावद्रेखाः कार्यास्तथा गोलकेन्द्रादहोरात्रवृत्तप्रत्येकबिन्दुं यावच्च रेखाः कार्याः।

अत्रोपपत्तिः।

गोलकेन्द्रादहोरात्रवृत्तपर्यन्तं गोलत्रिज्या कर्णस्तथा अहोरात्रधरातले बद्धरेखा भुजो ध्रुवसूत्रे गोलकेन्द्रादहोरात्रधरातलं यावत्कोटिरिति सञ्जातानां त्रिभुजानां जात्यत्वम्। ध्रुवसूत्रस्याहोरात्रधरातले लम्बरूपत्वात्। (गो. रे. क्षे. १ अ. ५) ततश्च गोलत्रिज्यामितकर्णानां सर्वत्र समत्वात्। ध्रुवसूत्रखण्डात्मककोटेश्च सर्वगतत्वात्तद्वर्गान्तरपदात्मका भुजा अपि समा एव भविष्यन्ति (रे. अ. १ क्षे. ४७) ततश्च त्रिभुजानि सर्वांशैस्तुल्यानि (रे. अ. १ क्षे. ८) अतो गोलत्रिज्याध्रुवसूत्राभ्यामुत्पन्नकोणस्य गोलकेन्द्रगतस्य सर्वत्र समत्वात् ध्रुवादहोरात्रवृत्तं यावत्तत्सन्मुखचापानि समानानीत्युपपन्नम् *।

---

* अत्र विशेषोक्तगोलीयरेखागणितस्य द्वितीया प्रतिज्ञा। यथा—

गोलीयचापत्रिभुजे मिथः सन्मुखगे हि ये।
ते समे विदुषा ज्ञेये मिथो गोलविदा सदा॥

अत्र यैस्त्रिज्यावृत्तैर्गोलत्रिकोणं भवति। तेषामेव वृत्तानामन्यदिशि मिथः सम्पातेन यत्त्रिकोणं तत्सन्मुखत्रिकोणं भवितुमर्हति षड्भान्तरगतत्वात्।

अत्रोपपत्तिः।

वृत्तयोः सम्पातयोर्भार्धान्तरगतत्वाच्चत्तद्वृत्तीयचापमानं त्रिकोणयोः क्रमेण समानं भवि-

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

(अत्र द्वितीयक्षेत्रस्य षडनुमानानि ।)

(१) बृहद्वृत्तगसर्वविन्दुतो ध्रुवविन्दुर्नवत्यंशान्तरे स्यात् ।

(२) यत् क्षेत्रं रेखा वा गोलकेन्द्रं भित्वा याति । सा गोलस्य समानभागद्वयकर्त्री भवति ।

(३) गोलपृष्ठस्थः कोऽपि विन्दुर्यद्यन्यविन्दुभ्यां नवत्यंशान्तरे परं तौ विन्दू व्यासोभयप्रान्तगतौ न भवतस्तदा । प्रथमबिन्दुस्तस्य बृहद्वृत्तस्य ध्रुवः स्याद्यत् पूर्वोक्तविन्दुद्वयगतं वृत्तमस्ति । गोलरेखागणितप्रथमक्षेत्रद्वितीयानुमानात् । तथा द्वितीयक्षेत्रप्रथमानुमानात् ।

(४) लघुवृत्तस्य त्रिज्या तच्चापज्यातुल्या स्याद्यच्चापं तद्वृत्तीयध्रुवतद्वृत्तान्तरेऽस्ति । वा तल्लघुवृत्ततत्समानान्तरबृहद्वृत्तयोरन्तरचापस्य कोटिज्यातुल्या भवति ।

(५) येषां लघुवृत्तानां क्षेत्रं गोलकेन्द्रात् तुल्यदूरगतं तानि वृत्तानि समानानि तथा यानि वृत्तानि समानानि तानि गोलकेन्द्रात् तुल्यदूरगतानि भवन्ति । यदि तुल्यदूरगतानि गोलकेन्द्रान्न सन्ति । तदा समीपगानि दूरगवृत्तप्रमाणतो महत्तमानि भवन्ति । तथा ये वृत्ते न्यूनाधिकप्रमाणके तयोर्महत्प्रमाणकवृत्तं गोलकेन्द्रसमीपं अल्पप्रमाणकवृत्तं दूरगतं स्यात् ।

(६) समानान्तरवृत्तयोरुपरि तदीयध्रुवतो गतं वृत्तं तुल्यप्रमाणकं वृत्तध्रुवयोरन्तरे वा वृत्तयोरन्तरे तुल्यप्रमाणकं भवति ।

एतानि सर्वाणि स्पष्टतराण्येवेति ।

तुमर्हति । कोणमानं च तत्रत्यप्रथमप्रतिज्ञया समानमित्यतस्तयोः सर्वावयवैः साम्यत्वमतिरोहितमेव गोलज्ञानामिति किं ग्रन्थगौरवेणेति ?

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अथ तृतीयं क्षेत्रम् (३)

वृत्तध्रुवादागतमण्डलान्तरे ।
वृत्तस्थचापं ध्रुवगः स कोणकः ॥ ❋

वृत्तध्रुवादिति । वृत्तध्रुवात्=वृत्तपृष्ठकेन्द्रादागतयोर्मण्डलयोर्वृत्तयोरन्तरे वृत्तस्थचापं=तद्वृत्तीयधनुर्यत् स ध्रुवगो=वृत्तद्वयोत्पन्नः कोणकः स्यात् ।

यथा गोले याम्योत्तरवृत्तस्य ध्रुवात्पूर्वस्वस्तिकाख्यादागतयोः पूर्वापरनाडीवृत्तयोरन्तरे याम्योत्तरवृत्ते यच्चापं खमध्यनिरक्षखमध्यान्तरं सः पूर्वापरनाडीवृत्ताभ्यामुत्पन्नकोणः स्यादिति ।

अत्रोपपत्तिः ।

अत्र गोलकेन्द्रात् खमध्यनिरक्षखमध्यगतयोः सूत्रयोरूर्ध्वाधरनिरक्षोर्ध्वाधरसमाख्ययोः पूर्वापरसूत्रे लम्बरूपत्वात् (गो. क्षे. १. अनु. ५) तदुत्पन्नकोणो गोलकेन्द्रगतस्तद्धरातलोत्पन्नकोणः स्यात् । (रे. अ. ११. प. ३.) स च खमध्यनिरक्षखमध्यान्तरगतचापेनाक्षांशमितेम समः । अत एव नाडीपूर्वापरवृत्ताभ्यामुत्पन्नकोणोऽक्षांशसमः सिद्धः (गो. प. ७) अत उपपन्नं यथोक्तमिति ।

अथ तृतीयक्षेत्रसिद्धानुमानानि ।

(१) द्वयोर्बृहद्वृत्तयोः क्षेत्रं यदि परस्परं लम्बरूपं तदा वृत्तयोः परिधी मिथो लम्बौ भवतः । वा यदि वृत्तयोः परिधी लम्बौ मिथस्तदा वृत्तयो क्षेत्रे मिथो लम्बरूपे स्तः ।

(२) † द्वयोर्बृहद्वृत्तयोः सम्पातेनोत्पन्नौ सम्मुखगौ, कोणौ

❋ इयमेव विशेषोक्तगोलीयरेखागणिते तृतीयपरिभाषात्वेन प्रसिद्धा । यथा—

वृत्तयोरैक्यतः खाङ्कभागैर्वृत्तं भवेद्धि यत् ।
वृत्तयोस्तस्य खण्डं यत्स कोणो वृत्तजो भवेत् ॥

वस्तुतस्तु अत्रत्यसप्तमपरिभाषया तट्टिप्पण्या चेयं परिभाषैव भवितुमर्हतीति ।

† विशेषोक्तगोलीयरेखागणितस्य प्रथमा प्रतिज्ञा तृतीयप्रतिज्ञोत्तरार्धं चतुर्थपरिभाषा चेत्यनुमानस्यास्य पूर्वार्धान्तर्भूतमेवेति ।

तत्रत्यप्रथमा प्रतिज्ञा यथा—

गोलपृष्ठे ययोर्योगौ वृत्तयोस्तद्भवौ सदा । कोणौ समौ विदा ज्ञेयौ चापक्षेत्रवरेण च ॥

वस्तुतस्त्वियं प्रतिज्ञा अनुमानं परिभाषैव वा भवितुमर्हतीति ।

विशेषोक्तगोलीयरेखागणिते चतुर्थी परिभाषा, यथा—

वृत्तयोर्यो भवेत्कोणो गोलपृष्ठे सदाल्पकः । समकोणद्वयेनाऽत्र सो भवेदिति चिन्तयेत् ॥

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

तुल्यौ स्तः। तथा समीपगतकोणद्वययोगः समकोणद्वयतुल्यः। अथ वृत्तयोः सम्पातोत्पन्नकोणतुल्य एव सम्पाताद्धार्धांशान्तरे तद्वृत्तयोः सम्पातजकोणो भवति।

(३) द्वयोर्बृहद्वृत्तयोर्ध्रुवयोर्यदल्पमन्तरं तदेव द्वयोर्वृत्तक्षेत्रयोर्नमनम्।

(४) कस्यचिच्चापस्य ध्रुवगतकोणः स एव यो हि तद्वृत्तस्य त्रिज्यासूत्रद्वयान्तरे कोणः गर्भकेन्द्राच्चापप्रान्तगे त्रिज्यासूत्रे।

(५) समानान्तरवृत्तयोर्ध्रुवगतं यदन्यवृत्ताद्वयं तदन्तरगं समानान्तरवृत्तयोश्चापं सजातीयं अंशैस्तुल्यमित्यर्थः।

(६) द्वयोश्चापयोः सम्बन्धिन्यौ ये छाये तदन्तरगतकोणो योगविन्दौ स स्याद्यो हि द्वयोश्चापयोर्गोलकोण इति।

अथ चतुर्थं क्षेत्रम् (४) २०६१-२०६२

व्यासाग्रविन्दूपरिलम्बरूप-
क्षेत्रस्य संस्पर्श इहास्ति गोले ॥

व्यासाग्रविन्दूपरीति। व्यासाग्रविन्दूपरि लम्बरूपस्य क्षेत्रस्य गोले = किन्तु तद्व्यासजनितगोले संस्पर्शः अस्तीति।

यथाऽत्र कल्प्यताम्। गोले पूर्वस्वस्तिकविन्दौ पूर्वापरसूत्ररूपगोलव्यासाग्रे किमपि धरातलं लम्बरूपं तदा तद्गोले तस्मिन्नेव विन्दौ स्पर्शं करिष्यति, नान्यत्रेति यद्येवं न चेत्तदा कल्प्यतां तद्धरातलमन्यस्मिन् प विन्दौ गोले योगं करोति तदा तद्विन्दुद्वयगता गोलकेन्द्राद्रेखैका कार्या। तथा संयोगविन्दोः पूर्वस्वस्तिकावधिरेखा तद्धरातलगता कार्या।

अत्रोपपत्तिः।

अथ गोलकेन्द्रात् पूर्वस्वस्तिकपर्यन्तं पूर्वापरसूत्रखण्डं त्रिज्यासमं संयोगविन्दुगतत्रिज्यासूत्रेण सममत एव पूर्वस्वस्तिकसंलग्नकोणमानं बद्धरेखापूर्वापरसूत्राभ्यामुत्पन्नं बद्धरेखासंयोगविन्दुगतत्रिज्यारेखाभ्यामुत्पन्नकोणेन समं (रे० अ० १ क्षे० ५) परञ्च पूर्वापर-

२

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

सूत्रस्य धरातले लम्बरूपत्वात्तत्कोणमानं समाख्यमतः संयोगविन्दुगतकोणोऽपि समाख्य स्यात् । अत एव त्रिभुजे कोणद्वययोगस्य समकोणद्वययोगसमत्वादीदृशी कल्पना समीचीना (रे० अ० १ क्षे० १७) अत एव स्पर्श एव स्यादित्यलं पल्लवितेनेति । *

अत्रानुमानानि ।

(१) गोलस्य सरलक्षेत्रेण स्पर्श एकस्मिन् विन्दावे सम्भवति ।

(२) यदि सरलक्षेत्रं गोले स्पर्शं करोति तदा स्पर्शविन्दुग त्रिज्यासूत्रं तत्क्षेत्रोपरि लम्बरूपम् ।

(३) सरलक्षेत्रगोलस्पर्शे क्षेत्रोपरि लम्बरेखा गोलकेन्द्रं भित्त्व याति ।

(४) यदि सरलक्षेत्रं गोले स्पर्शं करोति तदा स्पर्शविन्दुग यद्वृत्तं तत्क्षेत्रसरलक्षेत्रयोगरेखा तद्वृत्तच्छाया भवति ।

(५) कस्यचिदेकवृत्तस्य च्छाया तेषां सर्वेषां वृत्तानां च्छाय स्यात् येषां वृत्तानां क्षेत्रे सा छाया रेखा स्यात् ।

[इति चतुर्थक्षेत्रानुमानानि ।]

स्पष्टतराण्येवैतानीति ।

अथ पञ्चमं क्षेत्रम् (५)

समद्विबाहुत्रिभुजे समानौ ।
कोणौ भवेतां धरणीविलग्नौ ॥ †

* अत्र विशेषोक्तगोलीयरेखागणितस्य चतुर्थी प्रतिज्ञा यथा––

रेखागणितप्रथमाध्याये यः स्याच्चतुर्थो हि ।
साध्यः सोऽपि यथार्थो गोलत्रिभुजे भवेद्विद्वन् ! ॥

अत्र गोलत्रिभुजे भुजस्य भार्घाल्पत्वाद्वृत्तद्वयसंपातयोश्च भार्धान्तरितत्वादत्रोप क्षेत्रमिति प्रथमाध्यायचतुर्थक्षेत्रवदेव स्फुटतरेति ।

† विशेषोक्तगोलीयरेखागणितेऽपीयमेव, पञ्चमी प्रतिज्ञा यथा––

समद्विबाहुत्रिभुजे भूमिलग्नौ समौ विदा–

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

समेति । समद्विबाहुत्रिभुजे धरणीविलग्नावाधारसंगतौ कोणौ समानौ भवेताम् ।

यथात्र कल्प्यते । गोले स्वखमध्यस्वरेखाखमध्ययोर्गतमेकं महद्वृत्तं कार्य्यं तदा ध्रुवात् खमध्यावधि याम्योत्तरवृत्ते लम्बांशमितो भुजः । ध्रुवाद्रेखाखमध्यावधि रेखा-वृत्तीयेन लम्बांशतुल्येन भुजेन समानस्तदा त्रिभुजेऽस्मिन् महद्वृत्तयाम्योत्तरवृत्ताभ्या-मुत्पन्नकोणो महद्वृत्तरेखावृत्ताभ्यामुत्पन्नकोणेन् समानः स्यात् ।

अथ ध्रुवस्थानात् खमध्यगत्रिज्यारेखायां लम्बः कार्यः सा प्रथमलम्बज्याभिधा कल्पनीया एवञ्च ध्रुवादेव रेखाखमध्यगत्रिज्यासूत्रे लम्बः कार्यः (रे० प्र० क्षे० १२) सा द्वितीयलम्बज्यारेखेति कल्पनीया तथा च प्रथमलम्बज्यामूलात् खमध्यसूत्रे लम्बो महद्-वृत्तधरातलगतः कार्यः । स प्रथमलम्बाभिधो ज्ञेयः । एवं च द्वितीयलम्बज्यामूलाद्रेखाख-मध्यगसूत्रे लम्बो महद्वृत्तधरातलगत एव द्वितीयलम्बाभिधो विधेयः । तथा च लम्बयो-र्योगविन्दोर्ध्रुवावधि रेखा कार्या सा बद्धरेखाशब्देन व्यवहर्तव्या ।

अत्रोपपत्तिः ।

प्रथमलम्बज्याप्रथमलम्बबद्धरेखाभिस्त्रिभुजं संजातं तत् प्रथमत्रिभुजसंज्ञं तथा च
द्वितीयलम्बज्याद्वितीयलम्बबद्धरेखाभिस्त्रिभुजं संजातं तद्द्वितीयत्रिभुजाख्यम् । अथात्र
खमध्यगसूत्रं प्रथमलम्बज्याप्रथमलम्बरेखयोर्लम्बस्तेन प्रथमत्रिभुजधरातले लम्बः (रे० अ०
११ क्षे० ४) अत एव तद्गतमहद्वृत्तधरातलमपि प्रथमत्रिभुजधरातले लम्बरूपं तेन
प्रथमत्रिभुजधरातलं महद्वृत्तधरातले लम्बरूपं जातम् । अनयैव रीत्या द्वितीयत्रिभुज-
धरातलमपि महद्वृत्तधरातले लम्बरूपं स्यात् । (रे० अ० ११ क्षे० १८) अतस्त्रिभु-
जयोर्योगरेखारूपा बद्धरेखा महद्वृत्तधरातले लम्बरूपा स्यात् । (रे० अ० ११ क्षे० १९)
अतो बद्धरेखा प्रथमद्वितीयलम्बयोर्लम्बरूपा तेन प्रथम-द्वितीयत्रिभुजे जात्ये सम्पन्ने ययोः
प्रथमद्वितीयलम्बज्यारूपौ कर्णौ समानौ बद्धरेखासमा कोटिस्तूभयनिष्ठा अतस्तद्वर्गान्तर-
पदसमौ भुजावपि समानावेव (रे० प्र० अ० ४७) तेन त्रिभुजद्वयं समानं (रे० अ०
१ क्षे० ८) अतः प्रथमलम्बज्याप्रथमलम्बाभ्यामुत्पन्नकोणो द्वितीयलम्बज्याद्वितीयलम्बाभ्या-
मुत्पन्नकोणेन समानः । परं च प्रथमकोणः याम्योत्तरमहद्वृत्ताभ्यामुत्पन्नकोणेन समः ।
द्वितीयश्च रेखामहद्वृत्ताभ्यामुत्पन्नकोणेन तुल्यः (गो० रे० प० ७) अतो याम्योत्तर-
महद्वृत्ताभ्यामुत्पन्नकोणो रेखामहद्वृत्ताभ्यामुत्पन्नकोणेन सम इत्युपपन्नं यथोक्तमित्यलम् ।

ज्ञेयौ कोणौ बहिःस्थौ वाऽन्तरस्थौ सर्वदेह वै ॥

अत्रोपपत्तिरपि तत्रत्यचतुर्थप्रतिज्ञाबलाद्रेखागणितस्य प्रथमाध्यायपञ्चमक्षेत्रोपपत्तिवदेव स्फुटतरेति किं ग्रन्थगौरवेणेति ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अथ षष्ठक्षेत्रम् (६)

भूलग्नकोणौ यदि तुल्यमानौ ।
तदा तु तल्लग्नभुजौ समानौ ॥ *

भूलग्नेति । यदि = चेत् भूलग्नकोणौ = आधारसंगतौ कोणौ तुल्यमानौ = सदृशौ तदा तु तल्लग्नभुजौ = तुल्यकोणाश्रितौ बाहू समानौ = तुल्यौ भवत इति ।

यथाऽत्र कल्प्यताम् । पञ्चमक्षेत्रप्रतिपादितगोलीयचापत्र्यस्रे याम्योत्तरमहद्वृत्ताभ्यामुत्पन्नकोणो रेखामहद्वृत्ताभ्यामुत्पन्नकोणेन समस्तदा ध्रुवात् खमध्यावधि भुजो याम्योत्तरवृत्तीयो ध्रुवाद्रेखाखमध्यावधि रेखावृत्तीयेन भुजेन समः ।

अत्रोपपत्तिः ।

अत्रापि पूर्वक्षेत्रोपपत्तियुक्त्या बद्धरेखाया महद्वृत्तधरातलोपरि लम्बरूपत्वात् । त्रिभुजद्वयं जात्यमेव । परमत्र याम्योत्तरमहद्वृत्ताभ्यामुत्पन्नकोणस्य रेखामहद्वृत्ताभ्यामुत्पन्नकोणेन साम्यात् प्रथमलम्बज्याप्रथमलम्बाभ्यामुत्पन्नकोणो द्वितीयलम्बज्याद्वितीयलम्बाभ्यामुत्पन्नकोणेन समः (गो० रे० प० ७) तेन त्रिभुजद्वयं समानं स्यात् (रे० अ० १ क्षे० २६) अतः प्रथमलम्बज्याद्वितीयलम्बज्यासमाना ततो जीवायाः समत्वात् तच्चापमपि ध्रुवात् खमध्यावधि ध्रुवाद्रेखाखमध्यपर्यन्तेन चापेन सममतो भुजौ समौ सञ्जातावित्युपपन्नं यथोक्तमिति ।

अथ सप्तमं क्षेत्रम् (७)

गोलत्रिकोणे भुजयुग्मयोग-
स्तृतीयबाहोरधिको निरुक्तः । ‡

---

* विशेषोक्तगोलीयरेखागणिते षष्ठी प्रतिज्ञा । यथा--

प्रथमाध्यायजनिताः प्रतिज्ञा यास्तथेह वै ।
ऋजुक्षेत्रमितेः षट्सप्ताष्टाङ्काभ्रेन्दुसंमिताः ॥

अत्रोपपत्तिरपि तत्रत्यचतुर्थपञ्चमप्रतिज्ञाबलात् रेखागणितप्रथमाध्यायवदेव स्फुटेति ।

‡ इयमेव विशेषोक्तगोलीयरेखागणिते षोडशी प्रतिज्ञा । यथा--

तृतीयभुजमानात्स्यादधिका गोलपृष्ठगे । चापीयत्रिभुजे विद्वन् ! भुजद्वययुतिः सदा ॥

अत्र नतांशलम्बांशद्युज्याचापांशेत्यवयवत्रये चापत्रिभुजे द्युज्याचापांशमानस्य सर्वाधिककल्पनेऽपि नतांशलम्बांशयोगस्तस्मादधिक एव । वर्धितद्युज्याचापांशे नतांशमितं छित्वा तत्र खमध्यप्रोतवृत्तं कार्यम् ततश्च तत्रत्यपञ्चमपञ्चदशक्षेत्राभ्यां गोलविदामतिरोहितैवोप-

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

गोलत्रिकोण इति । गोलत्रिकोणे = गोलीय चापत्रिभुजे भुजयुग्मयोगो = भुजद्वययुतिः तृतीयबाहोः = तृतीयभुजात् अधिको निरुक्तः = कथितः ।

यथात्र कल्प्यताम् । नतांशलम्बांशद्युज्याचापांशैत्यवयवत्रयात्मके गोलीयचापत्रिभुजे भुजद्वययोगस्तृतीयभुजादधिकः स्यात् । अथात्र गोलकेन्द्रात् त्रिभुजकोणत्रयगताः क्रमेण ध्रुवसूत्रखमध्यगसूत्रग्रहगतत्रिज्यासूत्राख्या रेखाः कार्याः ।

अत्रोपपत्तिः ।

अत्र ध्रुवसूत्रखमध्यगसूत्राभ्यामुत्पन्नकोणमानं लम्बांशसमं याम्योत्तरधरातले एवं च खमध्यगसूत्रग्रहगतत्रिज्यासूत्राभ्यामुत्पन्नकोणो नतांशसमो दृग्वृत्तधरातले । तथा च ग्रहगतत्रिज्यासूत्रध्रुवसूत्राभ्यामुत्पन्नकोणो ध्रुवप्रोतवृत्तधरातले द्युज्याचापांशसमः । एवमत्र त्रिभिः कोणैः सञ्जातघनकोणे कोणद्वययोगस्तृतीयादधिकः (रे० अ० ११ क्षे० २०) तेन लम्बांशनतांशद्युज्याचापांशानां मध्येऽपि द्वयोर्योगस्तृतीयादधिक इत्युपपन्नं यथोक्तमिति । *

अथाऽष्टमं क्षेत्रम् (८)

गोलत्रिबाहौ खरसाग्निभागा-

पत्तिरिति ग्रन्थगौरवेणालम्—

विशेषोक्तगोलीयरेखागणिते सप्तमी प्रतिज्ञा यथा—

वृत्ते तत्र स्थिताद्बिन्दोर्लम्बः कार्यः सुगोलवित् ।

अत्र वृत्तगतेष्टबिन्दुजनितनवत्यंशवृत्तमिष्टवृत्ते यत्र लग्नं तस्माज्जनितनवत्यंशवृत्तमेव वृत्ते लम्बः स्यादिति ।

अत्रोपपत्तिः ।

प्रथमनवत्यंशवृत्तस्येष्टवृत्तपृष्ठकेन्द्रगतत्वात् पृष्ठकेन्द्रादिष्टवृत्तपर्यन्तं प्रथमनवत्यंशवृत्तीयचापं नवत्यंशमितं स्यात् । परञ्च द्वितीयनवत्यंशवृत्तस्यापि पृष्ठकेन्द्रगतत्वादिष्टबिन्दुगतकोणमानं तेन नवत्यंशमितेन चापेन समम् (गो० क्षे० ३) अतो द्वितीयनवत्यंशवृत्तमिष्टवृत्ते लम्बरूपमिति ।

अनुमानम् ।

वृत्ते लम्बरूपं वृत्तं तद्वृत्तपृष्ठीयकेन्द्रगतं भवतीति ।

* गोलत्रिबाहौ भुजयोर्विशेषो ।
न्यूनस्तृतीयाद्धि भुजान्निरुक्तः ॥

अत्रोपपत्तिरपि घनकोणे कोणद्वयान्तरस्य तृतीयकोणादल्पत्वात् प्रोक्तदिशैव स्फुटतरा । वा बृहद्भुजे लघुभुजतुल्यं खण्डं कृत्वा तदग्रप्रोतवृत्तकरणेन समद्विबाहुकं त्रिभुजमुत्पाद्य विशेषोक्तगोलीयरेखागणितस्य पञ्चमक्षेत्रेण पञ्चदशक्षेत्रेण च स्फुटतरेति ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

दल्पा भुजानामपि संयुतिः स्यात् ॥ †

गोलेति । गोलत्रिबाहौ = चापीयत्रिभुजे भुजानां = त्रयाणां बाहूनामपि संयुतिः = संयोगः खरसाग्निभागाद्भगणांशादल्पा = न्यूना स्यात् ।

यथात्र कल्प्यताम् । नतांशलम्बांशद्युज्याचापांशेत्यवयवत्रयात्मके चापीयत्रिकोणे त्रयाणामपि भुजानां संयुतिर्भांशादल्पेति ।

अत्रोपपत्तिः ।

यद्येवं न तदा कल्प्यताम् भुजत्रययोगः खरसाग्निभागसमस्तस्मादधिको वा स्यात् । अथ यदि भुजत्रययोगः खरसाग्निभागसमस्तस्मादधिको वा स्यात् । अथ यदि भुजत्रययोगः खरसाग्निसमस्तदोत्तरध्रुवाद्दक्षिणध्रुवावधियाम्योत्तरध्रुवप्रोतवृत्तीययोश्चापयोर्योगेन खरसाग्निमितेन भुजत्रययोगस्य समत्वात्तयोर्यदि लम्बांशद्युज्याचापांशरूपौ भुजावुभयनिष्ठौ विशोध्येते तदाऽपि समौ तेन नतांशमानं दक्षिणध्रुवाद्ग्रहावधि खमध्यावधि च स्थितयोश्चापयोर्योगेन समं संजातं परमत्र त्रिभुजे भुजद्वययोगस्य तृतीयादधिकत्वादेतादृशी कल्पना न युक्ता (गो० क्षे० ७) एवं भुजत्रययोगस्य खरसाग्नितोऽधिककल्पनायामपि तथैव लम्बांशद्युज्याचापांशयोरुभयनिष्ठयोर्विशोधनेन दक्षिणध्रुवाद्भुजद्वययोगमानं नतांशादल्पमेव सिध्यति परमिदमपि बाधितमेव (गो० क्षे० ७) तेनोक्तमेव तथ्यमर्थात् भुजत्रययोगो भांशाल्प एवेति दिक् ।

अथ प्रकारान्तरेणोपपत्तिः ।

अत्र गोलकेन्द्रात् त्रिभुजकोणबिन्दुषु सूत्राणि नीत्वा गोलकेन्द्रे यो घनकोणः स च त्रिभुजभुजत्रययोगसमः परञ्च घनकोणे सर्वकोणयोगस्य भांशादल्पत्वात् (रे० अ० ११ क्षे० २१) भुजत्रययोगोऽपि भांशाल्प एवेति किं वैचित्र्यम् । *

---

† इयमेव विशेषोक्तगोलीयरेखागणिते सप्तदशी प्रतिज्ञा । यथा—

चापीयत्रिभुजे या स्याद्युतिः सर्वभुजोद्भवा ।
साऽल्पा स्याद्भगणांशेभ्यो विज्ञेयेति विदा सदा ॥

अत्रोपपत्तिरपि प्रतिपादितरीत्यैवेति । अत्र विशेषोक्ताष्टमी प्रतिज्ञा च ।

त्र्यस्रे भूलग्नकोणौ चेत् समकोणौ तदा सदा ।
भुजौ भवेतां सततं तुल्यौ खाकांशसंमितौ ॥

अत्रोपपत्तिरपि तत्रत्यसप्तमक्षेत्रानुमानादेव सुगमेति ।

* गोलप्रजाते बहुबाहुसंज्ञक्षेत्रेऽखिलानां विबुधा ! भुजानाम् । योगो भवेद्भांशमितेः सदाऽल्पो गोलोद्भवक्षेत्रविचारदक्षाः ! ॥ अत्रोपपत्तिरप्युक्तदिशैव स्पष्टेति ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अथ नवमं क्षेत्रम् (९)

† उरुकोणसंमुखभुजाच्च लघुर्लघुकोणसंमुखभुजस्त्रिभुजे ।
उरुबाहुसंमुखगकोणतनुर्लघुबाहुसंमुखगकोणमितिः ॥

उरुकोणेति । त्रिभुजे=चापीयत्रिकोणे उरुकोणसंमुखभुजात्=बृहत्कोणाभिमुखबाहोः लघुकोणसंमुखभुजो लघुर्भवति । लघुबाहुसंमुखगकोणमितिर्लघुभुजसंमुखस्थकोणमानं उरुबाहुसंमुखगकोणतनुर्महद्भुजसंमुखस्थकोणाल्लघुर्भवतीति ।

यथात्र कल्प्यताम् । गोले नतांशलम्बांशद्युज्याचापांशैरवयवत्रयात्मके चापीयत्रिभुजे यदि खमध्यसंलग्नकोणमानं ध्रुवगतकोणमानादधिकं तदा खमध्यगताधिककोणसंमुखभुजो द्युज्याचापाख्यो न्यूनकोणाभिमुखनतांशचापादधिक इति ।

अथात्र ध्रुवगताल्पकोणतुल्यः खमध्यविन्दौ याम्योत्तरवृत्तेन सह कोणः कार्यः । ततः कोणकारकवृत्तं ध्रुवग्रहयोरन्तरे क्वापि ध्रुवप्रोतवृत्ते संयोगं करिष्यति खमध्यगतकोणस्याधिकत्वात् ।

अत्रोपपत्तिः ।

ध्रुवप्रोतवृत्तकोणकारकवृत्तसंपातात् ध्रुवावधि ध्रुवप्रोतवृत्ते द्युज्याचापखण्डमेकोऽवयवः लम्बांशमितो याम्योत्तरवृत्ते द्वितीयः खमध्यात् कोणकारकध्रुवप्रोतवृत्तयोः संपातावधि कोणकारकवृत्ते तृतीयः इत्यस्य क्षेत्रस्य ध्रुवगतखमध्यगतकोणयोः समत्वात् कोणकारकवृत्तीयभुजो ध्रुवप्रोतवृत्तीयभुजेन द्युज्याचापखण्डेन समः (गो० क्षे० ६) । अथ च नतांशमितो दृग्वृत्ते एकोऽवयवः कोणकारकवृत्ते द्वितीयः ध्रुवप्रोतवृत्ते द्युज्याचापद्वितीयखण्डं तृतीय

---

† विशेषोक्तगोलीयरेखागणितस्य चतुर्दशपञ्चदशक्षेत्रे क्षेत्रस्यान्तर्भूत इति तत्रत्यचतुर्दशपञ्चदशक्षेत्रे यथा—

लघुदोः संमुखास्त्रः स्यादल्पः संमुखकोणतः ।
बृहद्भुजस्य सततं चापजातत्रिबाहुके ॥
लघ्वस्त्राभिमुखो बाहुरल्पः स्याद्बाहुतः सदा ।
संमुखाद्बृहदस्त्रस्य चापजातत्रिबाहुके ॥

अत्र चतुर्दशक्षेत्रोपपत्तिर्लघुबृहद्भुजयोर्योगविन्दोर्नवत्यंशवृत्तं विधाय तस्य तृतीयभुजेन साकं यत्र संपातस्तस्माज्जात्यद्वयोत्पादनेन तत्रत्यदशमक्षेत्रेण १२।१३ क्षेत्राभ्यां च सरलेति । पञ्चदशक्षेत्रोपपत्तिश्च प्रतिज्ञान्यथाकल्पने १४।१५ क्षेत्राभ्यां दोषापत्तेः सरलेति किं ग्रन्थगौरवेणेति ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

इत्थं त्रिभुजे कोणकारकवृत्तीयभुजद्युज्याचापद्वितीयखण्डयोर्योगो नतांशादधिकः (गो० क्षे० ७)। परंच कोणकारकवृत्तीयभुजो द्युज्याचापस्य प्रथमखण्डेन सम इति पूर्वं प्रतिपादितम् तेन सम्पूर्णं द्युज्याचापं नतांशादधिकमित्युपपन्नं यथोक्तमिति।

अथ यदि तत्रैव त्रिभुजे द्युज्याचापरूपभुजो नतांशादधिकस्तदा द्युज्याचापसंमुखखमध्यगतकोणो नतांशाभिमुखध्रुवगतकोणादधिक इति ॥

अत्रोपपत्तिः।

यद्येवं न [illegible] कल्प्यताम् ध्रुवगतकोणः खमध्यगतकोणेन समस्तस्मादधिको वा स्यात्। यदि समस्तदा द्युज्याचापं नतांशसमं सिध्यति (गो० क्षे० ६) परञ्च द्युज्याचापं नतांशादधिकं कल्पितमतस्तदसत् एवं ध्रुवलग्नकोणस्य खमध्यगतकोणादधिककल्पने द्युज्याचापं नतांशादल्पमेव जायते पूर्वप्रतिपादितपूर्वापरोपपत्त्या। अतः सापि कल्पना न समीचीना। अतो द्युज्याचापस्य नतांशाधिकत्वे खमध्यगकोणमानं ध्रुवगतकोणादधिकमेवेत्युपपन्नं यथोक्तमिति।

अथ दशमं क्षेत्रम् (१०) २०६० - २०६२

गोलत्रिबाहौ भुजयुग्मयोगः खाष्टेन्दुतोऽल्पश्च समोऽधिको वा।
तदा तु दोःसंमुखकोणयोगः खाष्टेन्दुतोऽल्पश्च समोऽधिकः स्यात् *

गोलत्रिबाहाविति। गोलत्रिबाहौ = चापीयत्रिभुजे भुजयुग्मयोगो = भुजद्वययुतिः खाष्टेन्दुतः = साशीतिशतादल्पः समो वाऽधिकश्चेत्स्यात् तदा तु दोःसंमुखकोणयोगः = भुजयोः संमुखस्थकोणयोर्युतिः खाष्टेन्दुतः साशीतिशतादल्पः समोऽधिकश्च क्रमेण स्यात्।

यथात्र कल्प्यताम्। नतांशलम्बांशद्युज्याचापांशैस्त्र्यवयवत्रयात्मके चापीयत्रिभुजे यदि नतांशद्युज्याचापांशयोर्योगः साशीतिशतादल्पस्तदा तत्संमुखगयोर्ध्रुवगतखमध्यगतयोः कोणयोर्योगः साशीतिशतादल्प इति।

अत्रोपपत्तिः।

अथात्र नतांशद्युज्याचापांशयोर्योगः साशीतिशतादल्पस्तथोत्तरध्रुवाद्दक्षिणध्रुवावधि ध्रुवप्रोतवृत्ते साशीतिशतसमः वृत्तद्वयसम्पातस्य परस्परं भार्धान्तरितत्वात्। अत एव तयोर्यदि द्युज्याचापरूपमुभयनिष्ठखण्डं विशोध्यते तदा नतांशात् दक्षिणध्रुवग्रहयोरन्तर्गतचापं ध्रुवप्रोतवृत्तीयमधिकं तेन याम्योत्तरदृग्वृत्ताभ्यामुत्पन्नकोणमानं दक्षिणदिग्गतं दक्षिणध्रुवगतयाम्योत्तरध्रुवप्रोतवृत्तोत्पन्नकोणादधिकं (गो० क्षे० ९) परञ्च दक्षिणध्रुवगतकोणमानमुत्तरध्रुवगतकोणमानसमं (गो० क्षे० ३ अ० २) तथाच खमध्यस्थस्योत्तरदिग्गतकोणस्य दक्षिणदिग्गतकोणस्य च योगः साशीतिशतसमः (गो० क्षे० ३ अ० २) अत एव ध्रुवगत-

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

कोणस्य दक्षिणदिग्गतखमध्यगकोणादल्पत्वात् खमध्यगतोत्तरदिग्गतकोणध्रुवगतकोणयोर्योगः साशीतिशताऽल्पो जातः । एवं यदा नतांशद्युज्याचापांशयोर्योगः साशीतिशतसमस्तदा तत्संमुखकोणयोर्योगः साशीतिशतसमः स्यादिति ।

अत्रोपपत्तिः ।

यदा नतांशद्युज्याचापांशयोर्योगः साशीतिशतसमस्तदा ध्रुवाद्ध्रुवावधि ध्रुवप्रोतवृत्तीयचापस्यापि साशीतिशतसमत्वादुभयनिष्ठद्युज्याचापविशोधनेन ग्रहाद्दक्षिणध्रुवावधि ध्रुवप्रोतवृत्तीयचापं नतांशसमं स्यात् अतएव खमध्यगदक्षिणदिक्कः कोणो ध्रुवगकोणेन समः । अत एव पूर्वप्रतिपादितयुक्त्या खमध्यगतकोणयोर्योगस्य साशीतिशतसमत्वात् खमध्यगतकोणध्रुवगतकोणयोर्योगः साशीतिशतसम इति । एवं यदा नतांशद्युज्याचापांशयोर्योगः साशीतिशताऽधिकस्तदा तत्सम्मुखकोणयोर्योगोऽपि साशीतिशताऽधिक इति ।

अत्रोपपत्तिः ।

अथात्र नतांशद्युज्याचापांशयोर्योगस्य साशीतिशताऽधिकत्वात्तथैव द्युज्याचापस्योभयनिष्ठस्य विशोधनेन ग्रहाद्दक्षिणध्रुवावधि-ध्रुवप्रोतवृत्तीयचापं नतांशादल्पमिति सुप्रसिद्धमेव । अत एव ध्रुवगतकोणः खमध्यगतकोणादधिकस्ततः पूर्वयुक्त्यैव ध्रुवगतकोणस्यापरध्रुवगतकोणेन समत्वात् खमध्यगतोभयकोणयोर्योगस्य साशीतिशतसमत्वादुत्तरध्रुवगतकोणखमध्यगकोणयोर्योगः साशीतिशताऽधिकः सिद्ध इत्युपपन्नं यथोक्तमिति * ।

अथैकादशं क्षेत्रम् (११)

एकगोलत्रिकोणस्य कोणस्थितैर्विन्दुभिर्मण्डलान्यस्त्रनन्दांशकैः ।
यानि तद्योगजातं त्रिकोणं परं ते मिथः स्पर्धिनी कीर्तिते पण्डितैः ॥
एकस्य कोणजबृहत्कोटिः संमुखगोन्यदोः ।
द्वितीयदोर्बृहत्कोटिरेकस्य स्यात् स कोणकः ॥ †

---

* अत्र त्रिभुजे कोणद्वययोगस्यैव साशीतिशतादल्पत्वे तत्समत्वे ततोऽधिकत्वे वा तत्संमुखभुजयोर्योगोऽपि साशीतिशतादल्पस्तत्समस्ततोऽधिको वा भवितुमर्हतीत्यपि विभाव्यम् । अत्रोपपत्तिरपि प्रतिपादितक्षेत्रवैपरीत्येनातिसरलेति ।

† विशेषोक्तगोलीयरेखागणितस्यैकोनविंशीप्रतिज्ञा क्षेत्रस्यास्यानुसारिणी यथा—

कोणोनभार्धतुल्याः स्युर्भुजा यस्मिन् त्रिबाहुके ।
भुजोनभार्धतुल्याः स्युः कोणास्तत्र त्रिबाहुके ॥

किन्त्वत्र प्रतिज्ञायां तादृशान्यत्रिभुजप्रतिपादनं न कृतमित्यतो विशेषप्रतिज्ञा किञ्चिन्न्यूनैवेति । अत्रोपपत्तिरपि तथैवेत्यलं पल्लवितेनेति ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

एकेति । एकगोलत्रिकोस्य = कस्यापि चापीयत्रिभुजस्य कोणस्थितैः = कोणत्रयगतैर्विन्दुभिरस्त्रनन्दांशकैर्नवत्यंशैर्यानि मण्डलानि वृत्तानि भवन्ति तद्योगजातं = तेषां मिथः सम्पातैरुत्पन्नं यत्परं द्वितीयं त्रिकोणं त्रिभुजं ते = द्वे त्रिभुजे पण्डितैर्मिथः स्पर्धिनी कीर्त्तिते = कथिते । एकस्य = त्रिभुजस्य कोणजबृहत्कोटिः = कोणोनभार्धांशमितः संमुखगः = संमुखस्थः अन्यदोर्द्वितीयत्रिभुजे भुजो भवति । तथा द्वितीयदोर्बृहत्कोटिः = द्वितीयत्रिभुजभुजोनभार्धांशः यः स एकस्य त्रिभुजस्य कोणकः स्यात् ।

अथाऽत्र कल्प्यताम् । नतांशलम्बांशद्युज्याचापांशेत्यवयवत्रयोत्मकत्रिभुजस्य कोणगतैः खमध्यध्रुवस्थानग्रहस्थानैस्त्रिभिर्विन्दुभिर्नवत्यंशेन क्रमेण संजातानि क्षितिजनाडीग्रहक्षितिज संज्ञानि वृत्तानि तद्योगजातं यत्त्रिकोणं तथा पूर्वत्रिकोणं चैते मिथः स्पर्धिनी भवतः । अर्थात् प्रथमक्षेत्रस्य खमध्यगकोणोनभार्धांशमितो द्वितीयस्य क्षितिजवृत्तीयभुजस्तथा ध्रुवगकोणोनभार्धांशसमो द्वितीयस्य नाडीवृत्तीयभुज एवं तृतीयोऽपि स्यात् । एवं च भुजोनभार्धांशसमो द्वितीयक्षेत्रे कोणः स्यात् तत्संमुखगत एवेति ।

अत्रोपपत्तिः ।

अथात्र क्षितिजयाम्योत्तरसंपातात्क्षितिजदृग्वृत्तसंपातावधि यच्चापं तत् खमध्यगतप्रथमत्रिभुजकोणेन समं (गो० क्षे० ३) तथा च क्षितिजग्रहक्षितिजयोः संपातविन्दुः दृग्वृत्तस्य पृष्ठीयकेन्द्रं । एवं नाडीवृत्तक्षितिजवृत्तयोः संपातो याम्योत्तरवृत्तस्य पृष्ठीयकेन्द्रं (गो० प० ६ टि) अतोऽत्र यदि याम्योत्तरक्षितिजसंपातान्नाडीक्षितिजवृत्तसंपातावधि नवत्यंशमिते चापे क्षितिजयाम्योत्तरसंपातात्क्षितिजदृग्वृत्तसंपातावधि खमध्यगकोणसमं चापं विशोध्यते तदा दृग्वृत्तान्नाडीवृत्तावधि क्षितिजवृत्तीयचापः स्यात् । तद्यदि दृग्वृत्तात् ग्रहक्षितिजावधि क्षितिजवृत्तीयचापेन नवत्यंशमितेन युतं तदा नाड़ीक्षितिजसंपाताद्ग्रहक्षितिजपर्यन्तं

विशेषोक्तगोलीयरैखागणितस्यैकादशी प्रतिज्ञा यथा—

चापजात्ये यदा कोटिः खनिध्यंशाल्पिका भवेत् ।
तदा श्रुतिः सदास्तीह कोटितोऽनल्पिका मता ॥

अत्रोपपत्तिश्च कोटिकर्णयोः समत्वकल्पने तत्रत्यपञ्चमाष्टमक्षेत्राभ्यां कोटेर्नवति समत्वाद्दोषापत्तेः सरला । कोटितः कर्णस्याल्पत्वकल्पने च वर्धितकर्णचापे कोटिसमं छित्त्वा तद्बिन्दुकोट्यग्रविन्द्वोरुपरि गतं वृत्तं विधायं तद्वृत्तीयचापस्यार्धे कृत्वा तत्र कोटिकर्णयोगविन्दुप्रोतवृत्तं च विधाय (वि० गो० क्षै० ६) युक्तया त्रिभुजद्वयसाम्यतया आद्यमहद्वृत्ते द्वितीयस्य लम्बरूपत्वात् तत्रत्य ९।१० क्षेत्राभ्यां कोट्यग्रगकोणस्य नवत्यधिकस्य नवत्यल्पतया दोषापत्तेश्च सरलेति किं ग्रन्थगौरवेणेति ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

क्षितिजवृत्तीयभुजमानं द्वितीयत्रिभुजे स्यात् । अतस्तत्स्वरूपं ९०-खमध्यगकोण = चा० अतएव ९० + (९०—खमध्यगको०) = ९० + ९०-खमगको = १८०-खमगको० = क्षितिजवृत्तीयभुजो द्वितीयत्रिभुजे । एवमेव ध्रुवप्रोतवृत्तनाड़ीवृत्तसंपातात् याम्योत्तरनाड़ीवृत्तसंपातावधि ध्रुवगतकोणमानं (गो० रे० क्षे० ३) तत् यदि क्षितिजनाड़ीवृत्तसंपाताद् याम्योत्तरवृत्तावधि नवत्यंशमिते चापे विशोध्यते तदा क्षितिजाद्ध्रुवप्रोतवृत्तावधि नाड़ीवृत्ते स्यात् तद्यदि ध्रुवप्रोतवृत्ताद्ग्रहक्षितिजावधि नवत्यंशमिते योज्यते तदा क्षितिजाद्ग्रहक्षितिजावधि नाड़ीवृत्तीयभुजो भवति द्वितीयत्रिभुजे । अतः ९०-ध्रुवगको = चा ततः ९० + (९०-ध्रुवगको०) = नाड़ीवृत्तीयभुज = ९० + ९०-ध्रुवगको = १८०-ध्रुवगको० । एवमेव ग्रहगतकोणोनसाशीतिशतसमो ग्रहक्षितिजवृत्तीयभुजः स्यादिति पूर्वयुक्त्या सुप्रसिद्धमेवात उपपन्नम् ।

एवं च लम्बांशोनभार्धांशसमो द्वितीयत्रिभुजे क्षितिजनाड़ीवृत्तोत्पन्नकोणः स्याच्चथा नतांशोनभार्धांशसमो द्वितीयत्रिभुजे क्षितिजग्रहक्षितिजसंपातोत्पन्नकोणः स्यात् एवं तृतीयोपीति ।

अत्राप्युपपत्तिः ।

इह यदि नाड़ीयाम्योत्तरवृत्तसंपाताद्ध्रुवावधि याम्योत्तरवृत्तीयनवत्यंशमिते चापे लम्बांशमानं शोध्यते तदा खमध्यान्नाड़ीवृत्तावध्यवशिष्यते तच्च यदि खमध्याद्याम्योत्तरक्षितिजसंपातावधि नवत्यंशमिते चापे योज्यते तदा क्षितिजान्नाड़ीवृत्तावधि याम्योत्तरवृत्तीयचापं स्यात् । परं च तदेव नाडीक्षितिजवृत्तोत्पन्नकोणमानं द्वितीयत्रिभुजे (गो० रे० क्षे० ३) अतः ९० + (९०-लंबांश) = १८०—लंबांश = नाड़ीक्षितिजवृत्तोत्पन्नकोणः । एवं सर्वत्रेत्युपपन्नं यथोक्तम् । अथ यदि प्रथमत्रिभुजकोणोनभार्धांशसमो द्वितीयत्रिभुजे भुजस्तदा द्वितीयस्य भुजोनभार्धांशसमः प्रथमत्रिभुजे कोण इति तु प्रसिद्धमेवात उपपन्नं द्वितीयदोर्वृहत्कोटिरित्यादि सर्वम ।

अथ द्वादशं क्षेत्रम् (१२)

गोलत्रिबाहौ कोणानां योगः षट्समकोणतः ।
न्यून एव तथा ज्ञेयः समकोणद्वयाधिकः ॥ *

---

* विशेषोक्ता गोलीयरेखागणितस्य विंशी प्रतिज्ञा क्षेत्रस्यास्यानुरूपा तद्यथा ।—

कोणत्रयाणां योगः स्यात् समकोणद्वयाधिकः ।
षट्समात्सोल्प एव स्याद्गोलीयत्रिभुजे सदा ॥

अत्रोपपत्तिरपि तथैवेति ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

गोलेति। गोलत्रिबाहौ = गोलीयचापत्रिभुजे कोणानां त्रयाणामपि योगः षट्समकोणतो न्यूनोऽल्प एव। तथा समकोणद्वयाधिकः = साशीतिशतांशादधिको ज्ञेय इति।

यथाऽत्र कल्प्यताम्—नतांशलम्बांशद्युज्याचापांशैत्यवयवत्रयात्मके चापीयत्रिभुजे त्रयाणां कोणानां योगः षट्समकोणतोऽल्पः समकोणद्वयाधिकश्च स्यादिति॥

अत्रोपपत्तिः।

अथात्र "एकगोलत्रिकोणस्य कोणस्थितैरित्यादिना यदन्यत्त्रिकोणं जायते तत्र प्रथमत्रिकोणस्य कोणोनभार्धांशसमो भुजो भवतीति प्रसिद्धन्तावत्। अतएव १८०-खमगको = प्रभु। एवं १८०-ध्रुवको = द्विभु" तथा १८०-प्रगको = तृभु। परञ्च त्रिभुजे त्रयाणामपि

विशेषोक्तगोलीयरेखागणिते द्वादशी प्रतिज्ञा। यथा—

वृत्तद्वययोगजो भवेत् कोणस्तत्परमान्तरं भवेत्।
परमान्तरदूरतोऽन्तरं स्वल्पं तन्निकटान्तराद्भवेत्॥

अत्र गोले यथा पूर्वापरनाडीवृत्तयोः परमान्तरं याम्योत्तरवृत्तेऽक्षांशचापसमं भवितुमर्हति।

पूर्वापरवृत्ते कुत्रापीष्टविन्दौ ध्रुवप्रोतवृत्तं कार्यम्।

अत्रोपपत्तिः।

ध्रुवात्खमध्यावधि याम्योत्तरवृत्ते कोटिर्ध्रुवप्रोतवृत्ते कर्णः पूर्वापरवृत्ते खमध्येष्टविन्द्वन्तरं भुज इत्यत्र त्रिभुजे याम्योत्तरवृत्तीयकोटेः कर्णो ध्रुवप्रोतवृत्तीयोऽधिकः (वि. गो. क्षे ११) ततस्तयोर्न्यूनाधिकयोः कोटिकर्णयोर्नवत्यंशमितयोर्याम्योत्त ध्रुवप्रोतवृत्तीयचापयोर्ध्रुवान्नाडीवृत्तावधिकयोर्विशोधनेन शिष्टं याम्योत्तरवृत्तीयाक्षांशचापं शिष्टाद्ध्रुवप्रोतवृत्तीयेष्टान्तरचापादधिकमिति सुप्रसिद्धमेवातो याम्योत्तरवृत्तीयान्तरं सर्वान्तरादधिकत्वात्परमान्तरं भवितुमर्हतीति। अथ च परमान्तरसमीपगेष्टान्तरं तद्दूरेष्टान्तरादधिकमिति। अत्र खमध्यसमीपदूरगयोः पूर्वापरवृत्तीयविन्द्वोरुपरि क्रमेण प्रथमान्यसंज्ञे ध्रुवप्रोतवृत्ते विधाय प्रथमध्रुवप्रोतवृत्ते प्रथमविन्दोः (वि० गो० क्षे० ७) युक्त्या यो लम्बः स च द्वितीयध्रुवप्रोतवृत्ते द्वितीयविन्दुसौम्यध्रुवयोरन्तरे योगं करिष्यति पूर्वापरप्रथमध्रुवप्रोतयोरुत्पन्नकोणस्य दक्षिणदिग्गतस्य समकोणाल्पत्वात्।

अत्रोपपत्तिः।

प्रथमध्रुवप्रोतवृत्ते कोटिर्द्वितीयध्रुवप्रोतवृत्तेकर्णो लम्बवृत्ते भुज इति जात्येऽपि कोटेः कर्णस्याधिकत्वात्तथैव नवत्यंशमितयोर्ध्रुवप्रोतवृत्तीयचापयोर्विशोधनेन समीपान्तराद्दूरान्तराधिकचापमल्पं सिध्यति। अतः केवलं दूरान्तरं सुतरामल्पमिति।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

भुजानां योगः खरसाग्निभागादल्पः (गो० रे० क्षे० ८) अतः पूर्वप्रतिपादितस्वरूपाणां योगः खरसाग्नितोऽल्पस्तथाहि ५४०-कोणयो ∠३६० अतः ५४०-३६०∠ कोणयो अतएव १८०∠ कोणयो । अतः साशीतिशताधिक एव संपन्न इति । अथ द्वाभ्यां वृत्ताभ्यामुत्पन्नकोणस्य साशीतिशताऽल्पत्वात्त्रिभुजे त्रयोऽपि कोणाः प्रत्येकं साशीतिशतादल्पोऽतएव तेषां त्रयाणां योगः षट्समकोणादल्प इत्यपि परिचितमेवेत्युपपन्नं यथोक्तम् ।

अथ त्रयोदशं क्षेत्रम् (१३)

स्वध्रुवान्येष्टविन्दोः स्ववृत्तावधि स्युर्हि चापानि यानीह तेषां भवेत् ।
इष्टविन्दोर्गतं नैजवृत्तध्रुवे चापमेवाधिकं सर्वचापोन्मितेः ॥
तद्बृहत्कोटिचापं तु सर्वाल्पकं चोरुकोदण्डतो दूरचापोन्मितेः ।
यत्समीपस्थचापं तदेवाधिकं गोलपृष्ठेऽवगम्यं सुधीभिः सदा ॥

स्वध्रुवेति । गोलपृष्ठे स्वध्रुवान्येष्टविन्दोः = वृत्तपृष्ठीयकेन्द्रेतरविन्दोः स्ववृत्तावधि यानि चापानि तेषां मध्ये इष्टविन्दोर्नैजवृत्तध्रुवे गतं चापमेव सर्वचापोन्मितेरधिकम्, तद्बृहत्कोटिचापं तदूनभार्धांशचापं तु सर्वाल्पकम् । तथा च उरुकोदण्डतः सर्वाधिकचापमानाद्दूरचापोन्मितेर्दूरगतचापमानात्समीपस्थचापं यत्तदेव सुधीभिः सदाऽधिकमवगम्यमिति । ❀

यथाऽत्र कल्प्यताम् । नाडीवृत्तस्योत्तरसमस्थानरूपाद्ध्रुवान्येष्टविन्दोर्नाडीवृत्तावधि कृतानि यानि समप्रोतवृत्तीयचापानि तेषां मध्ये ध्रुवगतयाम्योत्तरवृत्तीयचापमानं सर्वाधिकं स्यात्तथा समस्थानान्निरक्षाधः खमध्यावधि याम्योत्तरवृत्तीयचापं सर्वाल्पकं स्यात् । तथाच ध्रुवगतयाम्योत्तरवृत्तीयबृहच्चापस्य समीपे यच्चापं तद्दूरस्थचापादधिकमिति ।

❀ विशेषोक्तगोलीयरेखागणिते त्रयोदशी प्रतिज्ञा यथा—

यथा यथा भवेत्कोटिरधिका चापजात्यके ।
तत्संमुखगतः कोणोऽधिकः स्याद्धि तथा तथा ॥

अत्र गोले मेषान्तवृषान्तयोर्ध्रुवप्रोतवृत्तकरणेन यज्जात्यद्वयं तत्र मेषान्तविषुवांशरूपकोटितो वृषान्तविषुवांशरूपकोटेरधिकत्वात् मेषान्तगतकोणमानतो वृषान्तगतकोणमानमधिकमिति ।

अत्र मेषान्तवृषान्तबिन्दुभ्यां वृत्ते कृत्वा तयोर्योगरूपात्कदम्बाद्वृषान्तोपरिगध्रुवप्रोतपर्यन्तं जात्यमुत्पाद्य तत्र कोटिकर्णयोर्न्यूनाधिकयोर्नवत्यंशचापे शोधनेन मेषान्तगकोणमानादधिकं चापं वृषान्तगकोणमानचापादल्पं सिध्यति । ततो मेषान्तगकोणमानं सुतरामल्पमिति पूर्वक्षेत्रटिप्पणीगतद्वादशक्षेत्रोपपत्तिवदेव स्पष्टा वासनेति किं ग्रन्थगौरवेणेति ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अत्रोपपत्तिः।

अथात्र समप्रोतवृत्तानि नाडीवृत्ते यत्र यत्र लग्नानि तत्र तत्र ध्रुवप्रोतवृत्तानि कार्याणि। तथासति ध्रुवान्नाडीवृत्तावधि नवत्यंशमित एकोऽवयवः समप्रोतवृत्ते द्वितीयः याम्योत्तरवृत्ते ध्रुवसमस्थानान्तरमक्षांशरूपं चापं तृतीयः इत्येतादृशे चापीयत्रिभुजे ध्रुवप्रोतवृत्तीयनवत्यंशमितस्य याम्योत्तरवृत्तीयाक्षांशरूपस्य च योगः समप्रोतवृत्तीयभुजादधिकः (गो०रे०क्षे०७) परञ्चात्र ध्रुवप्रोतवृत्तीयनवत्यंशचापं ध्रुवान्नाडीवृत्तावधि याम्योत्तरवृत्तीयचापेन समम्। अतएव समस्थानान्नाडीवृत्तावधि याम्योत्तरवृत्तीयचापं समप्रोतवृत्तीयचापादधिकमेवं सर्वत्रेति। एवंच पूर्वप्रतिपादितत्रिभुजे समप्रोतवृत्तीयभुजयाम्योत्तरवृत्तीयभुजयोर्योगो ध्रुवप्रोतवृत्तीयभुजादधिकः (गो० रे० क्षे० ७) परं चात्र ध्रुवप्रोतवृत्तीयभुजोध्रुवान्निरक्षाधः खमध्यावधि याम्योत्तरवृत्तीयचापसमः अतएवोभयोर्याम्योत्तरवृत्तीयाक्षांशमितचापस्य शोधनेन न्यूनाधिकत्वं तथैवातः समस्थानान्निरक्षाधःखमध्यावधि याम्योत्तरवृत्तीयचापं समप्रोतवृत्तीयचापादल्पमेवं सर्वत्रेति। अथ ध्रुवगतयाम्योत्तरवृत्तीयचापस्य सर्वाधिकस्य समीपे यत्समप्रोतवृत्तं तत्प्रथमं तथा दूरे यत्तदन्याख्यं कल्प्यं तथा तन्नाड़ीवृत्तसम्पातनिष्ठध्रुवप्रोतवृत्तद्वयं च तथैव प्रथमान्याख्यं ज्ञेयम्। अथ प्रथमध्रुवप्रोतवृत्तनाड़ीवृत्ताभ्यामुत्पन्नकोणो द्वितीयध्रुवप्रोतवृत्तनाड़ीवृत्ताभ्यामुत्पन्नकोणेन समः (गो० रे० क्षे०५) अतः प्रथमध्रुवप्रोतस्य वाह्यगतत्वात् द्वितीयध्रुवप्रोतस्य नाड़ीसमप्रोतवृत्तयोरन्तर्गतत्वाच्च प्रथमसमप्रोतवृत्तनाड़ीवृत्ताभ्यामुत्पन्नकोणो द्वितीयसमप्रोतवृत्तनाडीवृत्ताभ्यामुत्पन्नकोणादल्पोऽत एव समप्रोतवृत्तद्वयेऽवयवद्वयं नाडीवृत्ते तृतीय इत्यस्मिन् त्र्यस्रे लघुकोणसंमुखगतो द्वीतीयसमप्रोतवृत्तीयचापः प्रथमसमप्रोतवृत्तीयचापाद्बृहत्कोणसंमुखगतादल्पः स्यात् (गो० रे० क्षे० ९) इत्युपपन्न यथोक्तम्।

अथ चतुर्दशं क्षेत्रम् (१४)

चापजात्ये भुजस्तुर्यभागाल्पकः संमुखस्तस्य कोणोऽपि तुर्याल्पकः।
एवमभ्राङ्कभागाधिकश्चेद्भुजः संमुखस्तस्य कोणोऽपि खाङ्काधिकः॥*

चापजात्य इति। चापजात्ये यदि भुजस्तुर्यभागाल्पको = नवत्यंशाल्पस्तदा तस्य = तस्य संमुखः कोणोऽपि तुर्याल्पको = नवत्यंशाल्पः स्यात्। एवं भुजश्चे-

---

* विशेषोक्तगोलीयरेखागणितस्य दशमी प्रतिज्ञा एतत्क्षेत्रस्यान्तर्गतैवेति। यथा—

चापजात्ये यदा जोटिः खाङ्कांशानधिका भवेत्।
तदा तत्संमुखास्रोऽपि नवत्यंशाल्पको भवेत्॥

अत्रोपपत्तिरपि प्रोक्तदिशैव भवितुमर्हति। किन्तु। (गो० क्षे० १ अं० ६) इत्यस्य स्थाने (वि० गो० क्षे ७ अनु०) इति ज्ञेयमित्यलम्।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

दश्राङ्कभागाधिको नवत्यंशाधिकस्तदा तस्य संमुखः कोणोऽपि खाङ्काधिको = नवत्यंशाधिको भवतीति ।

यथात्र कल्प्यताम् । विषवांशभुजांशक्रान्त्यंशेत्यवयवत्रयात्मके चापजात्ये यदि नाड़ीवृत्तीयविषुवांशमानं नवत्यंशाल्पं तदा तत्संमुखगतः क्रान्तिध्रुवप्रोतवृत्ताभ्यामुत्पन्नकोणोऽपि नवत्यंशाल्पः स्यात् । यदि विषुवांशमानं नवत्यंशाधिकं तदा तत्संमुखकोणोऽपि नवत्यंशाधिक एवेति ।

अत्रोपपत्तिः ।

यद्येवं न तदा कल्प्यतां नाडीवृत्तीयविषुवांशमानस्य नवत्यंशाल्पे तत्संमुखकोणो नवत्यंशसमस्ततोऽधिको वा स्यात् । यदि क्रान्तिवृत्तध्रुवप्रोतवृत्तोत्पन्नकोणो नवत्यंशसमस्तदा क्रान्तिवृत्तं ध्रुवप्रोतवृत्तस्य पृष्ठीयकेन्द्रे यास्यति, तथा नाडीवृत्तं च (गो० क्षे १ अ० ६) अतः क्रान्तिनाडीवृत्तसंपातो ध्रुवप्रोतवृत्तस्य पृष्ठीयकेन्द्रमतो विषुवांशमानं नवत्यंशसमं जातम् । परमिदमसंगतं पूर्वं नवत्यंशाल्पकल्पनात् । एवं यदि क्रान्तिध्रुवप्रोतवृत्तोत्पन्नकोणः नवत्यंशाधिकः कल्प्यते तदा क्रान्तिध्रुवप्रोतसंपातविन्दौ ध्रुवप्रोतवृत्तेन सह नवत्यंशतुल्यकोणोत्पादकं वृत्तमेकं कार्यम् तन्नाड़ीवृत्ते विषुवांशान्तरे एव संयोगं करिष्यति । तस्य क्रान्तिध्रुवप्रोतवृत्तयोरन्तर्गतत्वात् । अतो यत्र लग्नं तस्माद्विषुवांशाग्रावधि नाड़ीवृत्तीयचापं नवत्यंशसमं भविष्यति पूर्वप्रतिपादितयुक्त्या । अतोऽत्र विषुवांशखण्डस्य नवत्यंशसमत्वात् पूर्वं तु नवत्यंशाल्पकल्पनादीदृशी कल्पनाऽपि न समीचीना । अत उक्तमेव तथ्यम् । अर्थात् भुजस्य नवत्यंशाल्पे तत्संमुखकोणोऽपि नवत्यंशाल्प एवेति । एवं यदा विषुवांशमानं नवत्यंशाधिकं तदा तत्संमुखकोणोऽपि नवत्यंशाधिकः । अत्र विषुवांशस्य नवत्यंशाधिकत्वे नाडीक्रान्तिवृत्तयोर्द्वितीयसंपाताद्यद्विषुवांशमानं तन्नवत्यंशाल्पमेव । अतः पूर्वप्रतिपादितयुक्त्या नवत्यंशाल्पविषुवांशसंमुखगतकोणो ध्रुवप्रोतक्रान्तिवृत्ताभ्यामुत्पन्नो द्वितीयपार्श्वगतो नवत्यंशाल्प एव स्यात् । तस्मिन् साशीतिशताङ्कशोधिते अभीष्टत्रिभुजे क्रान्तिध्रुवप्रोतवृत्तोत्पन्नकोणः स्यादतो नवत्यंशाल्पस्य साशीतिशताङ्कशोधनेन नवत्यंशाधिक एवावशिष्यते । इत्यतो विषुवांशस्य नवत्यंशाधिकत्वे तत्संमुखकोणोऽपि नवत्यंशाधिक एव सिद्ध इत्युपपन्नं यथोक्तम् ।

अथ पञ्चदशं क्षेत्रम् (१५) (२०६१-२०६४)

यदा खाङ्कभागाल्पकौ वाऽधिकौ तौ भुजौ कर्णचापं तदा खाङ्कतोऽल्पम् ।
यदैको नवत्यंशतोऽल्पोऽधिकोऽन्यस्तदा चापजात्ये श्रुतिः खाङ्कगुर्वी ॥*

* विशेषोक्तगोलीयरेखागणितस्य नवमी प्रतिज्ञा एतत्क्षेत्रस्यान्तर्गता । यथा—
चापजात्ये यदा कोटिः खनन्दांशाल्पिका भवेत् ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

यदेति । यदा चापजात्ये = गोलीयचापत्रिभुजे तौ भुजौ खाङ्कभागाल्पकौ नवत्यंशाल्पौ वा अधिकौ नवत्यंशाधिकौ तदा कर्णचापं खाङ्कतोऽल्पं = नवत्यंशाल्पं स्यात् । यदा च एको भुजो नवत्यंशतोऽल्पस्तथा अन्यो भुजः अधिको नवत्यधिकस्तदा श्रुतिः खाङ्कगुर्वी नवत्यधिका भवतीति ।

यथाऽत्र कल्प्यताम् । पूर्वापरवृत्ते पूर्वस्वस्तिकादुपरि समप्रवेशाख्यविन्दौ ध्रुवप्रोतवृत्तं कार्यम् तदा खमध्यात्समप्रवेशचिन्हावधिपूर्वापरवृत्ते एको भुजस्तथोत्तरध्रुवावधि याम्योत्तरवृत्ते लम्बांशमितो द्वितीयो भुजः । ध्रुवप्रोतवृत्ते कर्णसंज्ञक इत्यत्र चापजात्ये । भुजयोर्नवत्यल्पत्वात् कर्णमानं नवत्यल्पमेव भवितुमर्हति ।

अत्रोपपत्तिः ।

अथात्र पूर्वापरवृत्तीयभुजस्य नवत्यंशाऽल्पत्वात् समप्रवेशाधः कुत्रापि पूर्वस्वस्तिकरूपबिन्दौ याम्योत्तरवृत्तस्य पृष्ठीयकेन्द्रं स्यादतस्तस्माद्ध्रुवावधि वृत्तमुन्मण्डलरूपं कार्यम् तदा पूर्वस्वस्तिकाद्ध्रुवावधि नवत्यंशमितमुन्मण्डलीयचापमानं ध्रुवप्रोतवृत्तीयकर्णचापादधिकं (गो० रे० क्षे० १२) अतः कर्णचापं नवत्यंशाल्पमेव जातमिति ।

एवं यद्यधःखमध्यात् समप्रवेशाचिन्हावधि पूर्वापरवृत्तीयभुजो नवत्यधिकस्तथा ध्रुवावधि याम्योत्तरवृत्तीयभुजश्च नवत्यधिकस्तदापि ध्रुवप्रोतवृत्तीयकर्णमानं नवत्यंशाऽल्पमेवेति ।

अत्रोपपत्तिः ।

अत्रापि पूर्ववदेव ध्रुवोपरि याम्योत्तरवृत्तस्य पृष्ठीयकेन्द्रप्रोतवृत्तं कृत्वा नवत्यंशमिततद्वृत्तीयचापं कर्णमानादधिकं सिध्यति (गो० रे० क्षे० १२) अतोऽत्रापि कर्णचापं नवत्यंशाऽल्पमेवेति ॥ अथ च कल्प्यताम् पूर्वस्वस्तिकादधः क्वापि पूर्वापरवृत्ते विन्दुं विधाय तदुपरि यदि ध्रुवप्रोतवृत्तं क्रियते तदा खमध्यादुत्तरध्रुवावधि याम्योत्तरवृत्तीयभुजस्य नवत्यल्पत्वात्तथा खमध्यादिष्टचिन्हावधि पूर्वापरवृत्तीयस्य च भुजस्य नवत्यधिकत्वाद्ध्रुवप्रोतवृत्तीयकर्णचापं नवत्यंशाधिकमेव भविष्यतीति ।

अत्रोपपत्तिः ।

अथात्र पूर्वापरवृत्तीयभुजस्य नवत्यधिकत्वाद्याम्योत्तरवृत्तस्य पृष्ठीयकेन्द्रमिष्टबिन्दोरुपर्य्येव कुत्रापि पूर्वस्वस्तिकरूपविन्दौ भविष्यति । अतोऽत्र पूर्वस्वस्तिकादुत्तरध्रुवावधि कृतं चापं नवत्यंशमितं ध्रुवप्रोतवृत्तीयकर्णचापादल्पं पूर्वापरवृत्तस्य पृष्ठीयकेन्द्रगतयाम्योत्तर-

---

तदा कर्णोऽपि सततं नवत्यंशाल्पको भवेत् ॥

किन्त्वत्र भुजकोट्योर्नामभेदात् ॥ चापजात्ये यदा कोट्यौ, इति पाठो युक्तः केवलैककोटेर्नवत्यल्पत्वे कर्णस्य नवत्यल्पत्वात्तदधिकत्वाच्चेति ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

तृतीयसर्वाधिकखण्डस्य दूरस्थितत्वात् (गो० रे० क्षे० १३) अतः कर्णचापं नवत्यधिकं जातमत उपपन्नं यथोक्तमिति ।

अत्रानुमानम्—

यदा कर्णस्तुर्यादधिकस्तदा भुजौ भिन्नगुणौ एवं कर्णस्य तुर्याल्पत्वे भुजावेकगुणौ भवतः ।

द्वितीयानुमानम्—

कर्णस्य तुर्याधिकत्वे कोणौ भिन्नगुणौ तथा कर्णस्य तुर्याऽल्पत्वे कोणावेकगुणौ भवतः ।

अथ षोडशं क्षेत्रम् (१६)

अन्तर्लम्बे चापत्र्यस्रे भूसंलग्नौ खाङ्काल्पौ स्तः । *
खाङ्कोरू वा कोणौ चाथो बाह्ये लम्बे खाङ्काल्पोरू ॥

‡ अन्तर्लम्ब इति । अन्तर्लम्बे चापत्र्यस्रे चापीयत्रिभुजे भूसंलग्नावाधारसंगतौ कोणौ खाङ्काल्पौ नवत्यल्पौ वा खाङ्कोरू = नवत्यधिकौ चाऽस्तः । अथो बाह्यो लम्बे खाङ्काल्पोरू = नवत्यल्पाधिकौ स्यातामिति ।

यथाऽत्र कल्प्यताम् । नतांशलम्बांशद्युज्याचापांशेत्यवयवत्रयविशिष्टे चापीयत्रिभुजे खमध्याद्ध्रुवप्रोतवृत्तीयद्युज्याचापरूपाधारे कृतो लम्बस्त्रिभुजान्तर्गतस्तदा ग्रहसंलग्नकोणो ध्रुवगतकोणश्चेति द्वौ नवत्यंशाल्पावुतनवत्यंशाधिकौ स्याताम् ।

अत्रोपपत्तिः ।

अथात्र यदि लम्बमानं नवत्यंशाल्पं तदा लम्बोभयतः स्थितयोश्चापजात्ययोः "चापजात्ये भुजतुर्यभागाल्पकः" इत्यादि चतुर्दशक्षेत्रानुसारेण ग्रहगतध्रुवगतकोणौ नवत्यंशाल्पौ स्याताम् । यदि च लम्बमानं नवत्यधिकं तदा तयैव युक्त्या कोणौ नवत्यधिकाविति प्रसिद्धमेव गोलनिपुणानाम् ।

अथ यदि पूर्वप्रतिपादितचापीयत्रिभुजे बहिर्लम्बपातस्तदैकः कोणो नवत्यधिकः । अन्यश्च नवत्यल्प इति ।

अत्रोपपत्तिः ।

अथात्र यदि बहिर्लम्बमानं नवत्यल्पं तदा चतुर्दशक्षेत्रानुसारेण ध्रुवगतकोणमानं नवत्यंशाल्पं स्यात् । तथा ग्रहस्थानसंलग्नकोणो दक्षिणदिग्गतो नवत्यंशाल्पः । अतस्तदून-

* अत्र प्रस्फुटार्थम् ।

‡ अन्तर्लम्बे खाङ्काल्पे वै भूसंलग्नौ खाङ्काल्पौ स्तः ।
खाङ्कानल्पे चान्तर्लम्बे कोणौ विद्वन् ! खाङ्कानल्पौ ॥
इत्येतादृशेन सूत्रेणाऽपि भवितव्यम् ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

भार्धांशमितोऽभीष्टकोणो नवत्यधिकः स्यात्। एवं च यदि बहिर्लम्बमानं नवत्यधिकं तदा चतुर्दश क्षेत्रेणैव ध्रुवगतकोणो ग्रहगतबहिःकोणश्च नवत्यधिकः स्यात्। अतएव तदूनभार्धांशमितो ग्रहगताभीष्टकोणो नवत्यल्पः स्यात्। अत उक्तं बाह्ये लम्बे खाङ्काल्पोरू इति।

(१) अनुमानम्।

यदाधारगतौ कोणावेकगुणौ तदा आधारान्तर्लम्बपातः स्यात्। एवं तावाधारगतौ कोणौ भिन्नगुणौ तदाधाराद्बहिर्लम्बपतनं बोध्यमिति।

अथ सप्तदशं क्षेत्रम् (१७)

भूमेरल्पविवर्धनेन गदितो लम्बः समीपाभिध-
स्तज्जा लघ्ववधा भवेल्लघुभुजे लग्ना परं दोर्युतिः।
वृत्तार्धाल्पमिताथ दोर्युगयुतिः खाष्टेन्दुभागाधिका।
सा लघ्वीत्ववधा बृहद्भुजगता या प्रोक्तलम्बाश्रिता ॥ १ ॥

भूमेरिति। भूमेराधारस्याल्पविवर्धनेन समीपाभिधो लम्बो गदितः = कथितः तज्जा लघ्ववधा लघुभुजे लग्ना भवेत्। परं यदि दोर्युतिर्भुजद्वययुतिर्वृत्तार्धाल्पमिता साशीतिशताल्पा। अथ यदि दोर्युगयुतिः खाष्टेन्दुभागाधिका तदा सा लघ्वी अथवा तु बृहद्भुजगता या प्रोक्तलम्बाश्रितेति।

यथाऽत्र कल्प्यताम्। नतांशलम्बांशद्युज्याचापांशेत्यवयवत्रयात्मके चापीयत्रिभुजे खमध्यरूपभुजद्वययोगबिन्दुतो द्युज्याचापांशरूपभूमौ लम्बोत्पादनेन या लघ्वाबाधा सा नतांशलम्बांशयोर्योऽल्पस्तल्लग्ना स्यात्। एवं नतांशलम्बांशयोर्योगस्य वृत्तार्धाल्पत्वे ज्ञेयम्। तदधिके च सा लघ्वाबाधा बृहद्भुजगता।

अत्रोपपत्तिः।

अथात्र ध्रुवप्रोतवृत्तस्य पृष्ठीयकेन्द्रेतरबिन्दुरूपात् खमध्याल्लम्बवृत्तीयचापमानमकेन्द्रगतं यत्तस्मात्समीपभुजो लघुर्दूरतश्च महान्। अतएव बृहद्भुजगताऽबाधा बृहती लघुभुजगता चाबाधा लघ्वी विलोमसिद्धान्तेन (गो० क्षे० १३) परमत्र खमध्याद्ध्रुवप्रोतवृत्तदिग्वृत्तयोर्द्वितीयसम्पातावधि दृग्वृत्तीयचापस्य तथा नतांशचापस्य च योगः साशीतिशतसमः। अथ च तद्दृग्वृत्तीयचापाल्लम्बवृत्तसमीपस्थाल्लम्बांशचापं दूरगतं चाल्पम्। (गो० क्षे० १३) अतोऽत्र नतांशलम्बांशयोगः साशीतिशताल्पो जातः। अथ नतांशोनभार्धांशसमः खमध्याद्ध्रुवप्रोतदृग्वृत्तयोर्द्वितीयसंपातावधि एकोऽवयवस्तथा लम्बांशोनभार्धांशसमः खमध्याद्दक्षिणध्रुवावधि द्वितीयः। एवं द्युज्याचापांशोनभार्धांशसमो दक्षिणध्रुवाद्ध्रुवप्रोतदृग्वृत्तयोर्द्वितीयसंपातावधिभूमिस्तृतीयः। एतादृशे चापीयत्रिभुजे लम्बवृत्तं तदेव परमत्र लम्बरूपस्य खण्डस्य ध्रुवप्रोतवृत्तस्य केन्द्रगतत्वात् समीपस्थो भुजश्चाधिकः स्यात्तथा दूरगतो लघुः (गो० क्षे० १३) अतोऽत्र विलोमेन बृहद्भुजगताऽबाधाऽल्पा लघुभुजगता महती

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

जाता। परमत्र पूर्वं नताशलम्बांशयोर्योगस्य वृत्तार्धाल्पदर्शनात्तदूनभार्धांशरूपयोर्भुजयोर्योगोऽत्र वृत्तार्धाधिक एवेत्युपपन्नम् । एवं द्वितीयध्रुवात्क्षेत्रं तत्त्रिज्यावृत्तत्रयोत्पन्नं गृहीत्वा बहिर्लम्बेऽपि सैव वासना ज्ञेयेति।

अथाऽष्टादशं क्षेत्रम् (१८)

लघूरुवृत्ते बृहदन्यवृत्तद्वयध्रुवस्थानविलग्नके ये।
तदन्तरस्थे बृहदन्यवृत्तद्वयस्य चापे भवतः समाने ॥

लघ्विति। बृहदन्यवृत्तद्वयध्रुवस्थानविलग्नके = अन्यमहद्वृत्तद्वयपृष्ठीयकेन्द्रगते ये लघूरुवृत्ते तदन्तरस्थे = तयोर्लघुमहद्वृत्तयोरन्तर्गते बृहदन्यवृत्तद्वयस्य = अन्यमहद्वृत्तद्वयस्य चापे समाने = तुल्ये भवत इति।

यथात्र कल्प्यताम्—स्वखमध्यस्वनिरक्षखमध्ययोर्मध्यवर्तिपलांशदलबिन्दुतः पलांशदलकोट्यंशमितेन चापेन कृतं लघुवृत्तमुत्तरध्रुवस्थानरूपे नाडीवृत्तस्य पृष्ठीयकेन्द्रे तथा च दक्षिणसमस्थानरूपे पूर्वापरस्य पृष्ठीयकेन्द्रे संलग्नं स्यात् । तथा याम्योत्तरवृत्तमपि बृहद्वृत्ताख्यं. तयोः पृष्ठीयकेन्द्रगतमतो याम्योत्तरलघुवृत्तयोरन्तर्गते पूर्वापरनाडीवृत्तयोश्चापे समे स्यातामिति ॥

अत्रोपपत्तिः।

अथात्राक्षांशदलबिन्दुतो नवत्यंशेन यद्वृत्तं तदक्षांशदलमण्डलाख्यं ज्ञेयम्। तच्च ध्रुवसमस्थानयोरन्तर्वर्ति पलांशचापार्धबिन्दौ नाडीपूर्वापरसम्पातरूपे पूर्वपश्चिमस्वस्तिके च यास्यतीति प्रसिद्धमेव। अथ लघु वृत्तस्य पृष्ठीयकेन्द्ररूपात्पलांशदलबिन्दुतो नाडीवृत्तलघुवृत्तयोः सम्पातोपरि गतं महद्वृत्तं प्रथमाख्यं कार्यं तथा तस्मादेव पूर्वापरलघुवृत्तयोः सम्पातगतं महद्वृत्तं द्वितीयाख्यं च कार्यम्। तथा लघुवृत्तपूर्वापरवृत्तसम्पातात्पलांशदलमण्डलावधि द्वितीयमहद्वृत्तीयचापं तथा नाड़ी लघुवृत्तसम्पातात्पलांशदलमण्डलावधि प्रथममहद्वृत्तीयचापं च सममेव लघुवृत्तपलांशदलमण्डलयोः समान्तरत्वात् । प्रथमद्वितीयमहद्वृत्तयोः पृष्ठीयकेन्द्रगतत्वाच्च । अथ गोलकेन्द्रात्पलांशदलमण्डलप्रथममहद्वृत्तयोः सम्पातगतत्रिज्यारेखायां नाड़ीलघुवृत्तयोः सम्पाताल्लम्बः कार्यः, सा प्रथमज्येति ज्ञेया तथा तस्मादेव बिन्दोः पूर्वापरसूत्रे लम्बः कार्यः, सा पूर्वस्वस्तिकावधिनाड़ीवृत्तीयचापज्या स्यात्तथा तयोर्मूलगता रेखा पलांशदलमण्डलधरातलगता कार्या तदा त्रिभुजमेकं जातम्। एवं च पूर्वापरलघुवृत्तसम्पातादपि लम्बकरणेन द्वितीयज्यापूर्वापरवृत्तीयचापज्याबद्धरेखाभिः त्रिभिः क्षेत्रं जायते। अत्र प्रथमज्यारेखा पलांशदलमण्डलधरातले लम्बरूपा (अ० ११ प० १) अतो बद्धरेखा प्रथमज्याभ्यामुत्पन्नकोणः समकोणः स्यात् तथा प्रथमज्यायाः पलांशदलमण्डलधरातले लम्बरूपत्वाद्बद्धरेखा पूर्वापरसूत्रे लम्बरूपा

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

स्यात् एकादशाध्यायैकादशक्षेत्रस्य लम्बकरणपरिभाषया ! अत एव बद्धरेखानाडीवृत्ताय चापज्याभ्यामुत्पन्नकोणः पलांशदलमण्डलनाडीवृत्तयोर्धरातलोत्पन्नः (११ अ० प० ४) एवमेव द्वितीयत्रिभुजेऽप्येकः कोणः समकोणस्तथा पूर्वापरवृत्तीयचापज्याद्वितीयबद्धरेखाभ्यामुत्पन्नकोणः स्यात् । परमत्र धरातलोत्पन्नकोणो वृत्तोत्पन्नकोणेन समः (गो० रे० प० ७) तथा नाडीपलांशदलमण्डलाभ्यामुत्पन्नकोणः पलांशार्धकोटितुल्यः पूर्वापरपलांशदलमण्डलाभ्यामुत्पन्नकोणेन पलांशार्धकोटितुल्येन समः । अतस्त्रिभुजयोर्बद्धरेखानाडीवृत्तीयज्याभ्यामुत्पन्नकोणो द्वितीयबद्धरेखापूर्वापरवृत्तीयज्याभ्यामुत्पन्नकोणेन समः । एकैकः समकोणस्तथा प्रथमज्या द्वितीयज्यया समा तच्चापयोः पूर्वमेव समत्वदर्शनादतः क्षेत्रद्वयं समानं (अ० १ क्षे० २६) अतो नाडीवृत्तीयचापज्या पूर्वापरवृत्तीयचापज्यया समा । अतः लघुवृत्तनाडीवृत्तसम्पातात्पूर्वस्वस्तिकावधि नाडीवृत्तीयचापं लघुवृत्तपूर्वापरवृत्तसम्पातात्पूर्वस्वस्तिकावधि पूर्वापरवृत्तीयचापेनसममतएव तत्कोटिरूपे लघुवृत्तयाम्योत्तरवृत्तान्तर्गते नाडीपूर्वापरवृत्तीयचापेऽपि समे संजाते ॐ अत उपपन्नम् यथोक्तमित्यलम् ।

श्रीचन्द्रशेखरसुधीपरिनिर्मितायां, विद्वच्चकोरगणलोचनचन्द्रिकायाम् ।
दोषाम्बुदैरहितसद्विवृतौ सुगोल, रेखाप्रजातगणितं परिपूर्तिमागात् ॥

॥ इति शुभम् ॥

॥ विशेषोक्तगोलीयरेखागणितेऽष्टादशी प्रतिज्ञा यथा—

एकविंशतिसंख्याकप्रतिज्ञार्धे तथेह वै ।
आद्याध्याये सदा रेखागणितस्य भवेत्सुवित् ॥

अत्रोपपत्तिरपि तत्रत्यषोडशक्षेत्रसाहाय्येन प्रथमाध्यायवदेव स्पष्टेति किं ग्रन्थगौरवेणेति ॥

अथ प्रसंगाद्विशेषोक्तगोलीयरेखागणितस्यावशिष्टैकविंशी प्रतिज्ञा यथा—

कोणद्वययुतिस्त्र्यस्रे समकोणद्वयाधिकात् ।
तृतीयाख्याद्भवेदल्पा गोलचापोद्भवे सदा ॥

अत्रोपपत्तिः ।

अत्र (वि० गो० क्षे० १९) युक्त्या १८०-प्रको = प्रभु । १८०-द्विको = द्विभु तथा च १८०-तृको = तृभु इति भवितुमर्हति । परंच त्रिभुजे भुजद्वययोगस्य तृतीयादधिकत्वात् (१८०-प्रको) + (१८० द्विको) > (१८०-तृको) (वि० गो० क्षे १६) अतः ३६०-(प्रको + द्विकोः) > (१८०-तृको) समशोधनादिना च जातम् (३६०-१८०) > (प्रको + द्विको—तृको) । वा (१८० + तृको) > (प्रको + द्विको) । इत्युपपन्नम् ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

* श्रीः *

गोलप्रकाशस्य

चापीय-त्रिकोण-गणितम्

अध्यासितोदयशिलोच्चयचारुशोभं ध्वस्तान्धकारकरिशोणितशोणशोभम् ।
दंष्ट्रामयूखजनिताखिलविश्वशोभं वन्दे हरिं खविपिनभ्रमणाप्तशोभम् ॥
भक्ताखिलप्रबलविघ्नविनाशहेतुं श्रीपार्वतीहृदयनन्दनमानतोऽस्मि ।
नीलाम्बराख्यविबुधग्रथिते तनोमि चापत्रिकोणगणिते विवृतिं सुबोधाम् ॥

अथात्र । दैवज्ञकुलशिरोमणिस्तत्रभवान्नीलाम्बरनामा विबुधश्चापीयत्रिकोणगणितं चिकीर्षुश्चिकीर्षितार्थस्य निर्विघ्नपरिसमाप्तये आशीर्नमस्क्रिया वस्तुनिर्देशो वापि तन्मुखम्" इत्यलङ्कारिकवचनानुसारेण श्रीकृष्णनमस्कारात्मकं मङ्गलमाचरति ।

भक्तहृन्मन्दिरं गोकुले चन्दिरं सेन्दिरं सुन्दरं नन्दरं कुन्दरम् ।
कामदानां वरं युक्तनीलाम्बरं नौति पीताम्बरं विज्ञनीलाम्बरः ॥ १ ॥

भक्तहृदिति । विज्ञनीलाम्बरः पीताम्बरं = श्रीकृष्णं नौति = नमस्करोति कथं भूतं पीताम्बरं । भक्तानां हृत् = हृदयमेव मन्दिरं = गृहं यस्य तम् । तथा गोकुले = व्रजे चन्दिरं = चन्द्रं प्रकाशकत्वात् । पुनश्च इन्दिरा = लक्ष्म्या सहितस्तम् । सुन्दरं = मनोरमम् । नन्दात् राति = गृह्णाति यस्तम् । कुन्दम् = तदाख्यपुष्पविशेषं मनोरञ्जनार्थं राति गृह्णाति यस्तम् । कामदानां = अभीष्टदानां वरं = श्रेष्ठम् । युक्तो नीलाम्बरो = बलभद्रो येन तम् ।

अथेदानीमभिधेयस्य चापीयत्रिकोणगणितस्य प्रयोजनमुपक्षिपति ।

रचितं निचितं सकलं सकलं ललितं चलितं गणितं भणितम् ।
विबुधैरथ चापभवे त्रिभुजे प्रवदामि सुसज्जनरञ्जनकम् ॥ २ ॥

रचितमिति । अथ मङ्गलाचरणानन्तरं विबुधैः = प्राचीनाचार्यैः रचितं = निर्मितं गणितं चापभवे त्रिभुजे प्रवदामि अहमिति शेषः । किं विशिष्टं गणितम् । निचितं ग्रन्थे निक्षिप्तम् । सकलं = समग्रम् । तथा सकलं = कलया

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

सहितम् । ललितं = मनोरमम् । चलितं = विलक्षणम् । भणितं = सूत्ररूपेणाख्यातम् । अतएव सुसज्जनरञ्जनकं* = सद्गुणकमनोहरम् । इति—

अथ प्रसङ्गात्प्रकृतोपयोगित्वाच्च चापजात्यस्य † व्याक्षेत्रं ततश्चापजात्यसाजात्यं च प्रदर्श्यते । चापजात्यस्य भुजयोस्तथा कर्णस्य च जीवाभिः सरलजात्यक्षेत्रं नोत्पद्यते । किन्तु कर्णचापज्या कर्णस्तथैकभुजचापज्या भुजस्तत्र द्वितीयभुजचापज्या प्रथमभुजकोटिज्यासाधर्परिणता कोटिरिति जात्यं जायते ।

अत्रोपपत्तिः ।

यथाऽत्र कल्प्यताम् । विषुवांशभुजांशक्रान्त्यंशैरवयवत्रयात्मके चापजात्ये भुजांशाग्राद्गोलसन्धिगतत्रिज्यासूत्रे लम्बो भुजांशज्या एवं तस्मादेव बिन्दोर्विषुवांशाग्रगतत्रिज्यासूत्रे लम्बः क्रान्तिज्या तथा तयोर्भुजांशज्याक्रान्तिज्ययोर्मूलगता‡ रेखेति तिसृभी रेखाभिर्जातं त्रिभुजं जात्यं भवितुमर्हति । रेखागणितैकादशाध्याययुक्त्या ध्रुवप्रोतनाडीवृत्तयोर्योगरेखात्मके विषुवांशाग्रगतत्रिज्यासूत्रे लम्बरूपायाः क्रान्तिज्याया नाडीवृत्तधरातले लम्बरूपत्वात् बद्धरेखायाश्च नाडीवृत्तधरातलगतत्वात् । अतोऽत्र भुजांशज्या कर्णः क्रान्तिज्या भुजस्तत्र बद्धरेखा कोटिरिति तु स्पष्टमेव । अथ च नाडीवृत्तधरातलगतगोलसन्धिगतसूत्रे भुजज्याया लम्बरूपत्वात् क्रान्तिज्यायाश्चनाडी वृत्तधरातले लम्बरूपत्वात् बद्धरेखा गोलसन्धिगतसूत्रे लम्बरूपा । अन्यथा नाड़ीवृत्तधरातले द्वितीयलम्बसद्भावात् वा (रे. अ ११ चे. ११) । अतोऽत्र गोलकेन्द्रात् क्रान्तिज्यामूलपर्यन्तं विषुवांशाग्रगतत्रिज्याखण्डं द्युज्यामितं कर्णस्तथा बद्धरेखा कोटिर्गोलसन्धिगतसूत्रे भुजांशज्यामूलाद्गोलकेन्द्रावधि- भुजांशकोटिज्या भुज इति जात्यं जातम् । तथा विषुवांशाग्रगतत्रिज्या कर्णो विषुवांशाग्राद्गोलसन्धिगतत्रिज्याखण्डं विषुवांशकोटिज्या भुज इति च बृहज्जात्यं जातम् । जात्ययोरनयोर्गोलकेन्द्रगतकोणस्योभयगतत्वात् साजात्यमतिरोहितमेव । ततस्त्रिज्याकर्णे विषुवांशज्या तदा द्युज्याकर्णे केत्यनुपातेन द्युज्यापरिणता विषुवांशज्या बद्धरेखारूपा○ अभीष्टजात्ये कोटिः सिद्धेत्युपपन्नं यथोक्तमिति ।

अथात्र चापजात्ये कोणत्रययोगस्य समकोणद्वयाधिकत्वात् सरलजात्ये च कोणत्रययोगस्य समकोणद्वयसमत्वात् कोणेनापि केनापि परिणतेन भवितव्यमिति प्रसिद्धं तावत् । अतोऽत्र यस्य भुजस्य जीवा परिणता तत्संमुखकोणोऽपि परिणतो भवति सोऽप्युक्तन्यासाधं एवेति ।

* शोभनाश्च ते सज्जनाः सुसज्जनाः = सद्गुणकास्तेषां रञ्जनकम् ।

† चापीयत्रिभुजे यत्रैकः कोणः समकोणस्तच्चापीयत्रिभुजं चापजात्यम् ।

‡ भुजांशज्या-क्रान्तिज्ययोर्मूलगतरेखा द्युज्याव्यासार्धे परिणतेयं विषुवांशज्या भवति ।

○ $\frac{\text{विज्या} \times \text{द्यु}}{\text{त्रि}}$ = पविज्या = बद्धरे ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अत्रोपपत्तिः ।

यथोक्तसरलजात्ये भुजज्यापरिणतविषुवांशज्याभ्यामुत्पन्नकोणस्य नाडीक्रान्तिवृत्तधरातलोत्पन्नस्य जिनांशसमत्वात् भुजांशज्याक्रान्तिज्याभ्यामुत्पन्नकोणेन परमाल्पद्युज्याचापमितेन भवितव्यम् जात्ये न्यूनकोणयोर्योगस्य समकोणैकसमत्वात् । अतः सिद्धं विषुवांशसंमुखो यष्टिचापकोणः परिणतः परमाल्पद्युज्याचापसमो जातः । त्रिज्यायां यष्टिस्तदा द्युज्यायां केति परमाल्पद्युज्याया उपलब्धेः परिणामनविधिरप्यत्र सुगमः । अनुपातस्यास्य चात्यन्तप्रसिद्धत्वादलं पल्लवितेन । एवं सर्वत्रेति ।

अथ चापजात्यसाजात्यमुच्यते ।

इह येषां चापजात्यानां ज्याक्षेत्राणि सजातीयानि तानि सजातीयचापजात्यानि कीर्त्यन्ते । अतोऽत्र येषां चापजात्यानां समकोणातिरिक्त एकैकः कोणः समानस्तानि सजातीयचापजात्यानि भवितुमर्हन्ति ।

अत्रोपपत्तिः ।

अथाऽत्र ययोश्चापजात्ययोः समकोणातिरिक्त एकैककोणस्तुल्यस्तयोस्तुल्यकोणाभिमुखभुजचापयोर्जीवयोर्वास्तवत्वे अतुल्यकोणसंमुखभुजजीवयोश्च परिणामने सति पूर्वप्रदर्शितज्याक्षेत्रयुक्त्या सरलजात्यद्वयेऽपि तुल्यकोणयोस्तथात्वादेकैककोणस्य समकोणत्वात्तृतीयकोणेनापि समेन भवितव्यम् (रे० अ० १ क्षे० ३२ अ०) अतः कोणत्रयस्य तुल्यत्वात्साजात्यमतिरोहितमेव (रे० अ० ६ क्षे० ४) । अतः फलितं यत्समानैकैककोणोपलक्षितयोश्चापजात्ययोस्तुल्यकोणाभिमुखबाह्वोर्ज्ययोरपरिणामने एव साजात्यं भवितुमर्हति ।

यथात्र । गोले भुजांशविषुवांशक्रान्त्यंशेत्यवयवत्रयात्मकं तथा द्युज्याचापपरमाल्पद्युज्याचापभुजांशकोटिचापेत्यवयवत्रयात्मकं च त्रिभुजं गृहीत्वा सर्वं विभाव्यमित्यलं ग्रन्थगौरवेणेति ।

अथ चापत्रिभुजं गोलपृष्ठे त्रिभिर्महद्वृत्तचापैरुत्पन्नं तत्र त्रयो भुजास्त्रयः कोणाश्चेति षट्पदार्थास्तेषु त्रयाणां पदार्थानां ज्ञाने शेषपदार्थत्रयज्ञानं वक्ष्यमाणरीत्या सम्पद्यते । अत्र कोणा विषमा एव भवन्ति । यत्र लम्बरूपवृत्तयोस्संयोगजनितः समकोणस्तत्किल चापजात्यं तत्र समकोणस्तु नियत एव भुजकोटिकर्णा द्वौ कोणौ विषमौ चेति पञ्च पदार्थास्तेषां द्वयोर्ज्ञाने शेषाणां ज्ञानं जायते तदर्थं चापजात्यसाध्यानि लिख्यन्ते ।

तत्र प्रथमप्रतिज्ञा ।

चापजात्ये एकभुजज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव द्वितीय-

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

भुजच्छायया द्वितीयभुजसंमुखकोणच्छायाया निष्पत्तिः ॥ *

यथात्र कल्प्यताम्। विषुवांशभुजांशक्रान्त्यंशेत्यवयवत्रयात्मके चापजात्ये विषुवांशज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव क्रान्तिच्छायया जिनांशकोणच्छायाया निष्पत्तिर्भवितुमर्हतीति ।

अत्रोपपत्तिः ।

इह प्रतिपादितचापजात्यस्य तथा ध्रुवाद्ग्रहावधि द्युज्याचापांशः कर्णो ध्रुवादेव क्रान्तिवृत्तावधि अयनप्रोतवृत्ते परमाल्पद्युज्याचापांशः कोटिः क्रान्तिवृत्ते भुजांशकोट्यंशो भुज इति चापजात्यस्य च ग्रहगतकोणयोः क्रान्तिध्रुवप्रोतवृत्ताभ्यामुत्पन्नयोस्तुल्यत्वात् पूर्वप्रतिपादितचापजात्यसाजात्यप्रकारतोऽत्रानयोर्ज्याक्षेत्रयोः साजात्यमतिरोहितमेव अतः $\frac{\text{द्यु}}{\text{पद्यु}} = \frac{\text{भुज्या}}{\text{विज्या}}$

(रे० अ० ६ क्षे० ४) वा $\frac{\text{द्यु. त्रि}}{\text{पद्यु}} = \frac{\text{भुज्या. त्रि}}{\text{विज्या}}$ भुजज्यया भजनेन $\frac{\text{द्यु. त्रि}}{\text{पद्यु. भुज्या}} = \frac{\text{त्रि}}{\text{विज्या}}$ अथच नाडीक्रान्तिवृत्तसंपातादयनप्रोतवृत्तपर्यन्तं तयोर्नवत्यंशमितौ कोटिकर्णौ जिनांशमितोऽयनप्रोतवृत्ते भुज इति जात्यस्यापि जिनांशमितकोणस्य तुल्यत्वात्प्रकृतक्षेत्रेण साजात्यमतिरोहितमेवातः $\frac{\text{त्रि}}{\text{जिज्या}} = \frac{\text{भुज्या}}{\text{क्रांज्या}}$ अतः $\frac{\text{त्रि. क्रांज्या}}{\text{जिज्या}} = \text{भुज्या}$ । तो भुजज्याया अनेन स्वरूपेण पूर्वप्रतिपादितस्वरूपे उत्थापनेन जातम् $\frac{\text{द्यु. त्रि. जिज्या}}{\text{पद्यु. त्रि. क्रांज्या}} = \frac{\text{त्रि}}{\text{विज्या}}$

अथवा $\dfrac{\dfrac{\text{त्रि. जिज्या}}{\text{पद्यु}}}{\dfrac{\text{त्रि. क्रांज्या}}{\text{द्यु}}} = \frac{\text{त्रि}}{\text{विज्या}}$ परमत्र त्रिज्यागुणा जीवा कोटिज्यामक्ता तच्छाया भवतीति ज्योत्पत्त्या प्रसिद्धत्वात् $\frac{\text{जिच्छा}}{\text{क्रांछा}} = \frac{\text{त्रि}}{\text{विज्या}}$ अत उपपन्नं यथोक्तम् ॥ ‡

---

* अत्र पद्यं वा—

एकबाहुज्यया त्रिज्यकाया भवेच्चापजात्ये सुसम्बन्धमानं हि यत् ।
अन्यदोश्छायया स्यात्तदेवान्यदोः संमुखाश्रोत्थभाया नवीना बुधाः ! ॥

‡ विषुवांशभुजांशक्रान्त्यंशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्यस्य, द्युज्याचापांशपरमाल्पद्युज्याचापांशभुजांशकोट्यंशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्येन साजात्यादनुपातः $\frac{\text{द्यु} \times \text{विज्या}}{\text{पद्यु}} = $ भुज्या परन्तु भुज्या $= \frac{\text{त्रि} \times \text{क्रांज्या}}{\text{जिज्या}}$ अतः $\frac{\text{द्यु. विज्या}}{\text{पद्यु}} = \frac{\text{त्रि. क्रांज्या}}{\text{जिज्या}}$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अथ पूर्वसिद्धसम्बन्धमानाभ्यां (रे. अ. ६ क्षे० १६) युक्त्या जिच्छा. विज्या = त्रि. क्रांच्छा । इति भवितुमर्हति । ततः $\frac{\text{जिच्छा. विज्या}}{\text{त्रि}} = \text{क्राच्छा}$ । इति तथा च $\frac{\text{त्रि. क्राच्छा}}{\text{जिच्छा}} = \text{विज्या}$. इति भवितुमर्हति । एतेन ।

* चापजात्ये कोणलग्नभुजज्याकोणभाहतिः
त्रिज्याभक्ता फलं छाया कोणसंमुखबाहुजा ॥
कोणसंमुखदोश्छाया त्रिज्याघ्नी कोणभाहता ।
कोणलग्नभुजज्या स्यात्तद्भक्ता कोणभा फलम् ॥

इति सूत्रद्वयमुपपद्यते ।

इह " कोणसंमुखदोश्छाया " इत्याद्यनन्तरोक्तसूत्रेण खलु $\frac{\text{त्रि. क्राच्छा}}{\text{जिच्छा}} = \text{विज्या}$ इत्यस्ति । ततोऽत्र जिनच्छायायाः स्वरूपेणोत्थापने कृते $\frac{\text{पद्यु. त्रि. क्रांच्छा}}{\text{जिज्या. त्रि}} = \text{विज्या}$ । वा $\frac{\text{पद्युच्छा क्रांच्छा}}{\text{त्रि}} = \text{विज्या}$ । ततश्च $\frac{\text{विज्या. त्रि}}{\text{पद्युच्छा}} = \text{क्रांच्छा}$ । एतेन—

$$\therefore \text{विज्या} = \frac{\text{त्रि. क्रांज्या. पद्यु}}{\text{द्यु. जिज्या}} \text{ पुनः } \frac{\text{त्रि}}{\text{विज्या}} = \frac{\text{त्रि}}{\frac{\text{त्रि. क्रांज्या. पद्यु}}{\text{द्यु. जिज्या}}}$$

$$= \frac{\text{त्रि. जिज्या. द्यु}}{\text{त्रि. क्रांज्या. पद्यु}} = \frac{\frac{\text{त्रि. जिज्या}}{\text{पद्यु}}}{\frac{\text{त्रि. क्रांज्या}}{\text{द्यु}}}$$

$$= \frac{\text{जिच्छा}}{\text{क्रांच्छा}} = \frac{\text{त्रि}}{\text{विज्या}} \text{ अत उपपन्नम् ।}$$

* सम्प्रति लघुरिक्थापरनामधेयस्य प्रघातमापकस्यात्याद्दतत्वात्तेनात्र गणितं प्रदर्श्यते । अत्र गुण्यगुणकलघुरिक्थयोर्योगस्तयोर्गुणनफलस्य लघुरिक्थं भवति । तथा च भाज्यभाजकयोर्लघुरिक्थयोरन्तरं लब्धेर्लघुरिक्थं भवतीत्यादि सर्वं तल्लक्षणेनैव सुस्पष्टमिति किं ग्रन्थगौरवेण । सम्प्रति दशमूलकलघुरिक्थसारण्याः प्रचलितत्वात्तन्नियमेनैवात्र गणितं प्रदर्श्यते । अतोऽत्र त्रिज्यास्थाने सर्वत्र १० इति ज्ञातव्यम् ।

प्रकृते $\frac{\text{विज्या. जिच्छा}}{\text{त्रि}} = \text{क्रांच्छा}$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

* कोणस्य कोटिच्छायाघ्नी कोणसंमुखबाहुभा ।
त्रिज्याभक्ता चापजात्ये कोणलग्नभुजज्यका ॥
कोणकोटिभया भक्ता कोणलग्नभुजज्यका ।
त्रिज्याघ्नी च फलं ज्ञेयं कोणसंमुखबाहुभा ॥

इति सूत्रद्वयमुपपद्यते ॥

अथ द्वितीया प्रतिज्ञा ।

† चापजात्ये कर्णज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव भुजज्यया भुजसंमुखकोणज्याया निष्पत्तिः ॥

यथाऽत्र कल्प्यताम् । विषुवांशभुजांशक्रान्त्यंशेत्यवयवत्रयात्मके चापजात्ये भुजांशज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव क्रान्तिज्यया जिनांशतुल्यतत्संमुखकोणज्याया निष्पत्तिरिति ।

अत्रोपपत्तिः ।

इह नाडीक्रान्तिवृत्तसम्पातादयनप्रोतवृत्तपर्यन्तं तयोर्नवत्यंशमितौ कोटिकर्णौ तथाऽयनप्रोतवृत्ते जिनांशमितो भुज इति चापजात्यस्य प्रकृतचापजात्येन साजात्यमतिरोहितमेव जिनांशतुल्यकोणस्योभयगतत्वात् ‡ । तत अनयोर्ज्याक्षेत्रयोः साजात्यात् $\frac{\text{त्रि}}{\text{जिज्या}} = \frac{\text{भुज्या}}{\text{क्रांज्या}}$

अतः विज्यालघु + जिच्छालघु − १० = क्रांच्छालघु. तत एतावति छायाप्रमाणे सारण्यां यदंशादिकं तदेव क्रान्त्यंशमानमिति—

एवं यतः $\frac{\text{त्रि. क्रांच्छा}}{\text{जिच्छा}}$ = विज्या. ततः पूर्ववदेव १० + क्रांच्छालघु − जिच्छालघु = विज्यालघु । ततः पूर्ववदेव जीवासारणीतश्चापं विषुवांशाः स्युरिति ।

* अत्र लघुरिक्थरुपम् । यतः $\frac{\text{पद्युच्छा. क्रांच्छा}}{\text{त्रि}}$ = विज्या । तथा $\frac{\text{विज्या. त्रि}}{\text{पद्युच्छा}}$ = क्रांच्छा, ततः पूर्वयुक्त्या विज्यालघु = पद्युच्छालघु + क्रांच्छालघु − १० तथा विज्यालघु + १० − पद्युच्छालघु = क्रांच्छालघु । ततश्चापं पूर्ववदिति ।

† कर्णचापज्यया त्रिज्यकाया भवेच्चापजात्ये सुसम्बन्धमानं हि यत् ।
दोर्जमौर्व्या च दोः संमुखाशोत्थमौर्व्यास्तदेव प्रजायेत नव्या बुधाः ! ॥

‡ अत्रानुपातः $\frac{\text{क्रांज्या} \times \text{त्रि}}{\text{भुज्या}}$ = जिज्या

$\therefore \frac{\text{त्रि}}{\text{भुज्या}} = \frac{\text{जिज्या}}{\text{क्रांज्या}}$ अतः सिद्धम् ।

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF
Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

एकान्तरनिष्पत्त्या च $\frac{\text{त्रि}}{\text{भुज्या}} = \frac{\text{जिज्या}}{\text{कांज्या}}$ अत उपपन्नम् । अथ पूर्वसिद्धनिष्पत्तिमानाभ्यां (रे० अ० ६ क्षे १६) युक्त्या त्रि. कांज्या = भुज्या. जिज्या । ततश्च कांज्या = $\frac{\text{भुज्या} \times \text{जिज्या}}{\text{त्रि}}$ तथा $\frac{\text{त्रि} \times \text{कांज्या}}{\text{भुज्या}}$ = जिज्या । एतेन ।

कर्णज्या कोणजीवाघ्नी त्रिज्याभक्ता फलं भवेत् ।
कोणसंमुखबाहुज्या चापजात्याभिधानके ॥
कोणसंमुखबाहुज्या त्रिज्याघ्नी कर्णजीवया ।
भक्ता फलं तु कोणज्या चापजात्याभिधानके ॥ †

इति सूत्रद्वयमुपपद्यते ॥

अथ तृतीया प्रतिज्ञा ।

* तत्र कोणकोटिज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव ।
कोणसंलग्नभुजच्छायया कर्णच्छायाया निष्पत्तिः ॥

यथाऽत्र कल्प्यताम् । भुजांशविषुवांशक्रान्त्यंशैस्त्यवयवत्रयात्मके चापजात्ये जिनांशकोणोत्थया कोटिज्यया परमाल्पद्युज्याख्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव विषुवांशच्छायया भुजांशच्छायाया निष्पत्तिरिति ।

अत्रोपपत्तिः ।

अत्र ध्रुवाद्ग्रहावधिध्रुवप्रोतवृत्ते द्युज्याचापांशास्तथा ध्रुवादेव क्रान्तिवृत्तायनप्रोतवृत्तसंपातावधि अयनप्रोते परमाल्पद्युज्याचापांशास्तथा क्रान्तिवृत्ते भुजांशकोट्यंशा इति चापीयत्रिभुजे अयनप्रोतक्रान्तिवृत्ताभ्यामुत्पन्नकोणस्य समकोणत्वाज्जात्यत्वमतिरोहितम् ।

---

† अत्र लघुरिक्थस्वरूपम् ।

यतोऽत्र $\frac{\text{भुज्या. जिज्या}}{\text{त्रि}}$ = कांज्या । तथा च $\frac{\text{त्रि. कांज्या}}{\text{भुज्या}}$ = जिज्या । ततः पूर्ववदेव भुज्यालघु + जिज्यालघु − १० = कांज्यालघु । तथा १० + कांज्यालघु − भुज्यालघु = जिज्यालघु. इति. ततोऽनयोश्चापि तथैव पूर्वप्रदर्शितयुक्त्येति ।

* अत्र पद्यम्—कोणकोटिज्यया त्रिज्यकाया भवेच्चापजात्ये ससम्बन्धमानं हि यत् ।
कोणसंलग्नदोश्छायया स्यात्तदेव श्रुतेर्जातभाया नवीना बुधाः १ ॥

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अथ चापजात्यस्यास्य प्रकृतचापजात्येन साजात्यमपि सुप्रसिद्धमेव* ध्रुवप्रोतक्रान्तिवृत्ताभ्यामुत्पन्नस्य ग्रहगतस्य यष्टिसमाख्यकोणस्योभयत्र समत्वात्। ततश्च ज्याक्षेत्रयोरनयोः साजात्यात् (रे० अ० ६ क्षे० ४) युक्त्या $\frac{\text{द्यु}}{\text{पद्यु}} = \frac{\text{भुज्या}}{\text{विज्या}}$ ततस्तुल्यगुणनभजनाभ्यां जातम् $\frac{\text{त्रि}}{\text{पद्यु}} = \frac{\text{भुज्या. त्रि}}{\text{द्यु. विज्या}}$ अथ च द्युज्याचापांशपरमाल्पद्युज्याचापांशभुजकोट्यंशेत्यवयवत्रयविशिष्टजात्ये पूर्वप्रतिपादिते ध्रुवगतकोणमानं विषुवांशकोटिसमं ध्रुवप्रोतायनप्रोतवृत्तयोरन्तरे नाड़ीवृत्ते विषुवांशकोटिदर्शनात्। (गो० रे० क्षे० ३) युक्त्या। ततो द्वितीयक्षेत्रेण $\frac{\text{त्रि}}{\text{द्यु}} = \frac{\text{विकोज्या}}{\text{भुकोज्या}}$ तत एकान्तरनिष्पत्त्या $\frac{\text{त्रि}}{\text{विकोज्या}} = \frac{\text{द्यु}}{\text{भुकोज्या}}$ ततः $\frac{\text{त्रि. भुकोज्या}}{\text{विकोज्या}} = \text{द्यु.}$ । ततो द्युज्यायाः पूर्वसमीकरणे उत्थापनेन जातम्

$$\frac{\text{त्रि}}{\text{पद्यु}} = \frac{\text{भुज्या. त्रि}}{\frac{\text{भुकोज्या. त्रि}}{\text{विकोज्या}} \times \text{विज्या}}$$

अथवा

$$\frac{\text{त्रि}}{\text{पद्यु}} = \frac{\frac{\text{भुज्या. त्रि}}{\text{भुकोज्या}}}{\frac{\text{त्रि. विज्या}}{\text{विकोज्या}}}$$

ततो ज्योत्पत्त्या $\frac{\text{त्रि}}{\text{पद्यु}} = \frac{\text{भुच्छा}}{\text{विच्छा}}$

४ क्षे. ४ चिह्नितलघुक्षेत्रेण

एवमपरत्रापि $\frac{\text{त्रि}}{\text{अवज्या}} = \frac{\text{भुच्छा}}{\text{क्रांच्छा}}$ इति सेत्स्यति। अत उपपन्नं यथोक्तमिति—

---

* अत्रैवाऽनुपातः $\frac{\text{विज्या} \times \text{द्यु}}{\text{भुज्या}} = \text{पद्यु}$ परन्तु $\frac{\text{त्रि} \times \text{भुकोज्या}}{\text{विकोज्या}} = \text{द्यु}$ ।

$\therefore \frac{\text{विज्या. त्रि. भुकोज्या}}{\text{भुज्या. विकोज्या}} = \text{पद्यु}$ आभ्यां त्रिज्याभक्ता तदा जातं स्वरूपम् $\frac{\text{त्रि}}{\text{पद्यु}} =$

$$\frac{\text{त्रि. भुज्या. विकोज्या}}{\text{विज्या. त्रि. भुकोज्या}} = \frac{\frac{\text{त्रि. भुज्या}}{\text{भुकोज्या}}}{\frac{\text{विज्या.त्रि}}{\text{विकोज्या}}}$$

$\therefore \frac{\text{त्रि}}{\text{पद्यु}} = \frac{\text{भुच्छा}}{\text{विच्छा}}$ अत उपपन्नम्।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अथ पूर्वसम्बन्धाभ्यां (रे. अ. ६ क्षे १६) युक्त्या त्रि. विच्छा = पद्यु. भुच्छा । ततः $\frac{\text{त्रि. विच्छा}}{\text{भुच्छा}} = \text{पद्यु} = \frac{\text{त्रि. विच्छा. भुकोज्या}}{\text{भुज्या. त्रि}}$ ततः पद्यु $= \frac{\text{विच्छा. भुकोच्छा}}{\text{त्रि}}$

एवमपरत्रापि करणेन अवज्या $= \frac{\text{क्रांच्छा. भुकोच्छा ।}}{\text{त्रि}}$ इति सेत्स्यति अथवा विलोमेन $\frac{\text{पद्यु. त्रि}}{\text{भुकोच्छा}} =$ विच्छा । तथा $\frac{\text{अवज्या. त्रि}}{\text{भुकोच्छा}} =$ क्रांच्छा । इति जायते एतेन ।*

कोणलग्नभुजच्छाया कर्णकोटिभया हता ।
त्रिज्याभक्ता चापजात्ये कोणकोटिज्यका भवेत् ॥
त्रिज्याघ्नी कोणकोटिज्या कर्णकोटिभया हृता ।
कोणलग्नभुजच्छाया जायते चापजात्यके ॥

इति सूत्रद्वयमुपपद्यते ।

अथ पूर्ववत्तृतीयसाध्यतः त्रि. विच्छा = पद्यु. भुच्छा । ततः विच्छा $= \frac{\text{पद्यु} \times \text{भुच्छा}}{\text{त्रि}}$ वा $\frac{\text{त्रि. विच्छा}}{\text{भुच्छा}} =$ पद्यु, किंवा $\frac{\text{त्रि. विच्छा}}{\text{पद्यु}} =$ भुच्छा. एवमपरत्रापिसुप्रसिद्धमेवातः–

कर्णच्छाया चापजात्ये कोणकोटिज्यकाहता
त्रिज्याभक्ता फलं कोणसंलग्नभुजभामता ॥
कोणलग्नभुजच्छाया त्रिज्याघ्नी कर्णभाहृता ।
कोणकोटिज्यका प्रोक्ता तदाप्ता कर्णभा फलम् ॥

इति सूत्रद्वयमुपपन्नं भवतीति ।

अथ पूर्वसिद्धे विच्छा $= \frac{\text{पद्यु. भुच्छा}}{\text{त्रि}}$ अस्मिन् छाययोरुत्थापने कृते $\frac{\text{विज्या. त्रि}}{\text{विकोज्या}} = \frac{\text{पद्यु. भुज्या. त्रि}}{\text{त्रि. भुकोज्या}}$ इति जातम् ततः $\frac{\text{विज्या. त्रि}}{\text{विकोज्या}} = \frac{\text{पद्यु. भुज्या}}{\text{भुकोज्या}}$ अतश्च विज्या $= \frac{\text{पद्यु. भुज्या. विकोज्या}}{\text{भुकोज्या. त्रि}}$ इति सिध्यति । परञ्च द्युज्याचापांशपरमाल्पद्युज्या चापांशभुजकोट्यंशेति चापजात्ये "कोणसंमुखबाहुज्या त्रिज्याघ्नी" इत्यादि द्वितीयसाध्यान्तर्गतसूत्रेण $\frac{\text{त्रि. भुकोज्या}}{\text{द्यु}} =$ विकोज्या ततः $\frac{\text{त्रि. भकोज्या}}{\text{विकोज्या}} =$ द्यु । ततः पूवस्वरूपे द्युज्याया उत्थापने

* अत्रापि लघुरिक्थरूपं पूर्ववदेव स्फुटमिति ग्रन्थगौरवेणाऽलम् ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

कृते विज्या $=\frac{\text{पद्यु. भुज्या}}{\text{द्यु}}$ अतो वा $\frac{\text{विज्या. द्यु}}{\text{भुज्या}}$ = पद्यु । एवमपरत्रापि*

कर्णज्याकोणकोटिज्याघाते कोटिज्यया हृते ।
कोणसंमुखबाहोस्तु कोणलग्नभुजज्यका ॥
कोणलग्नभुजज्याघ्नी कोणसंमुखबाहुजा ।
कोटिज्या कर्णजीवाप्ता कोणकोटिज्यका फलम् ॥

इति सूत्रद्वयमुपपन्नम् ॥

अथ चतुर्थं क्षेत्रम् ।

† तत्र कर्णकोटिज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव एककोणकोटिच्छायया द्वितीयकोणच्छायाया निष्पत्तिः ।

यथात्र कल्प्यताम् । भुजांशविषुवांशक्रान्त्यंशेत्यवयवत्रयविशिष्टजात्ये भुजांशकोटिज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव जिनांशकोणकोटिच्छयया यष्टिकोणच्छायाया निष्पत्तिर्वा यष्टिकोणकोटिच्छायया जिनांशकोणच्छायाया निष्पत्तिरिति ।

अत्रोपपत्तिः ।

अत्र ध्रुवस्थानान्नाडीवृत्तावधिग्रहगतध्रुवप्रोतायनप्रोतयोर्नवत्यंशमितौ कोटिकर्णौ नाडीवृत्ते विषुवांशकोटिमितो भुज इति बृहज्जात्यं द्युज्याचापांशपरमाल्पद्युज्याचापांशभुजां

---

* अत्रापि लघुरिक्थरूपं पूर्ववदेवेति,

† अत्र पद्यम्—कर्णकोटिज्यया त्रिज्यकाया भवेच्चापजात्ये सुसम्बन्धमानं हि यत् ।
कोणकोटेर्भया स्यात्तदेव द्वितीयास्त्रभायाः सुगोलज्ञवर्या बुधाः ! ।

* अत्रानुपातः $\frac{\text{त्रि. भुकोज्या}}{\text{विकोज्या}}$ = द्यु ∴ $\frac{\text{त्रि}}{\text{विकोज्या}} = \frac{\text{द्यु}}{\text{भुकोज्या}}$ ततः

$\frac{\text{त्रि} \times \text{त्रि}}{\text{द्यु. विकोज्या}} = \frac{\text{त्रि}}{\text{भुकोज्या}}$ परश्चाऽत्रैव $\frac{\text{त्रि. पद्यु}}{\text{य}}$ = द्यु $\frac{\text{त्रि} \times \text{अवज्या}}{\text{जिज्या}}$ =

विकोज्या आभ्यामुत्थापनेन $\frac{\text{त्रि}}{\text{भुकोज्या}} = \frac{\text{त्रि. त्रि}}{\frac{\text{त्रि. पद्यु}}{\text{य}} \times \frac{\text{त्रि. अवज्या}}{\text{जिज्या}}} = \frac{\frac{\text{त्रि. य}}{\text{अवज्या}}}{\frac{\text{त्रि. पद्यु}}{\text{जिज्या}}}$

अतः $\frac{\text{त्रि}}{\text{भुकोज्या}} = \frac{\text{यच्छा}}{\text{पद्युच्छा}}$ अत उपपन्नम् ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

शकोव्यंशेति लघुजात्येन सजातीयं ध्रुवगतकोणस्योभयनिष्ठत्वात् । ततः पूर्ववदेव $\frac{\text{द्यु}}{\text{भुकोज्या}} = \frac{\text{त्रि}}{\text{विकोज्या}}$ इति भवितुमर्हति । ततः $\frac{\text{द्य. त्रि}}{\text{भुकोज्या}} = \frac{\text{त्रि. त्रि}}{\text{विकोज्या}}$ अथवा $\frac{\text{त्रि}}{\text{भुकोज्या}} = \frac{\text{त्रि. त्रि}}{\text{द्यु. विकोज्या}}$ अथ ग्रहोत्पन्ननवत्यंशवृत्तं ग्रहक्षितिजाख्यं ग्रहोपरिगतध्रुवप्रोतवृत्ते यत्र लग्नं तस्माद्ग्रहावधिध्रुवप्रोतवृत्ते नवत्यंशमितः कर्णस्तथा क्रान्तिवृत्तग्रहक्षितिजसंपाताद्ग्रहावधि क्रान्तिवृत्ते नवत्यंशमिता कोटिर्ग्रहक्षितिजे यष्टिकोणमानं भुज इति बृहज्जात्यस्य द्युज्याचापांशपरमाल्पद्युज्याचापांशभुजकोव्यंशेति पूर्वप्रतिपादितलघुजात्येन साजात्यं ग्रहगतयष्टिकोणस्योभयगतत्वात् ।

ततोऽनयोर्ज्याक्षेत्रयोः साजात्यात् षष्ठाध्याययुक्त्या $\frac{\text{त्रि}}{\text{यष्टि}} = \frac{\text{द्यु}}{\text{पद्यु}}$ ततः $\frac{\text{त्रि. पद्यु}}{\text{य}} = \text{द्यु}$ । इति । एवं च नाड़ीक्रान्तिवृत्तसम्पाताद्ग्रहक्षितिजावधि नाड़ीवृत्ते विषुवांशकोटिः कर्णः क्रान्तिवृत्ते भुजांशकोटिः कोटिर्ग्रहक्षितिजे क्रान्तिनाड़ीवृत्तान्तरं यष्टिकोटिचापमयनवलनाख्यं भुज इति लघुजात्यस्य नाड़ीक्रान्तिवृत्तयोर्नवत्यंशमितौ कोटिकर्णौ तथा अयनप्रोतवृत्ते जिनांशो भुज इति बृहज्जात्येन साजात्यं नाड़ीक्रान्तिवृत्तसंपातगतजिनांशमितकोणस्योभयगतत्वात् । ततः साजात्यात् $\frac{\text{त्रि}}{\text{जिज्या}} = \frac{\text{विकोज्या}}{\text{अवज्या}}$ ततः $\frac{\text{त्रि. अवज्या}}{\text{जिज्या}} =$ विकोज्या । ततः पूर्वसमीकरणे $\frac{\text{त्रि}}{\text{भुकोज्या}} = \frac{\text{त्रि. त्रि}}{\text{द्यु. विकोज्या}}$ अस्मिन् द्युज्याविषुवांशकोटिज्ययोरुत्थापनेन ।

$$\frac{\text{त्रि}}{\text{भुकोज्या}} = \frac{\text{त्रि. त्रि.}}{\frac{\text{त्रि. पद्यु}}{\text{य}} \times \frac{\text{त्रि. अवज्या}}{\text{जिज्या}}} \quad \text{अथवा}$$

$$\frac{\text{त्रि}}{\text{भुकोज्या}} = \frac{\text{त्रि. त्रि. जिज्या}}{\frac{\text{त्रि पद्यु. त्रि. अवज्या}}{\text{य}}} \quad \text{किन्तु}$$

$$\frac{\text{त्रि}}{\text{भुकोज्या}} = \frac{\text{त्रि. जिज्या}}{\frac{\text{पद्यु} \times \text{त्रि. अवज्या.}}{\text{य}}} = \frac{\text{जिच्छा}}{\text{भवच्छा}} \quad \text{वा}$$

$$\frac{\text{त्रि}}{\text{भुकोज्या}} = \frac{\text{त्रि. जिज्या. य}}{\text{पद्यु. त्रि. अवज्या}} \quad \text{पूर्वस्वरूपादेव}$$

अतः
$$\frac{\text{त्रि}}{\text{भुकोज्या}} = \frac{\text{त्रि. य}}{\text{अवज्या} \times \frac{\text{पद्यु. त्रि}}{\text{जिज्या}}} = \frac{\text{यच्छा}}{\text{पद्युच्छा}}$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अत उपपन्नं यथोक्तमिति ।

$$\text{अथ} \quad \frac{\text{त्रि}}{\text{भुकोज्या}} = \frac{\text{जिच्छा}}{\text{अवच्छा}} \quad \text{तथा} \quad \frac{\text{त्रि}}{\text{भुकोज्या}} = \frac{\text{यच्छा}}{\text{पद्युच्छा}}$$

इत्याभ्यां समीकरणाभ्यां छेदगमादिना—

$$\text{अवच्छा} = \frac{\text{जिच्छा. भुकोज्या}}{\text{त्रि}} \qquad \text{तथाच}$$

$$\text{पद्युच्छा} = \frac{\text{यच्छा. भुकोज्या}}{\text{त्रि}}$$ इति भवितुमर्हत्यतः—

* एककोणभया निघ्नी कर्णकोटिज्यका हृता ।
त्रिज्यया परकोणस्य कोटिच्छाया फलं भवेत् ॥

इति सूत्रमुपपद्यते ।

अथाऽनन्तरसूत्रोपपत्तिप्रदर्शितसमीकरणात्—

$$\text{पद्युच्छा} = \frac{\text{यच्छा. भुकोज्या}}{\text{त्रि}} \qquad \text{अस्मात्}$$

$$\frac{\text{पद्युच्छा. त्रि}}{\text{यच्छा}} = \text{भुकोज्या}$$ । इति सेत्स्यति

ततो यष्टिच्छायास्वरूपे कृते जातम् ।

$$\frac{\text{पद्युच्छा. त्रि. अवज्या}}{\text{य. त्रि}} = \text{भुकोज्या} \qquad \text{वा}$$

$$\frac{\text{पद्युच्छा. अवच्छा}}{\text{त्रि}} = \text{भुकोज्या}$$ । एतेन-

कोणयोः कोटिजच्छायाघाते त्रिज्याविभाजिते ।
लब्धं तु कर्णकोटिज्या चापजात्याभिधानके ॥

इति सूत्रमुपपद्यते इति ।

अथ पंचमी प्रतिज्ञा ।

* तत्रैकभुजकोटिज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव कर्णकोटिज्यया द्वितीयभुजकोटिज्याया निष्पत्तिः ।

---

* लघुरिक्थरूपं पूर्ववदेव ।

● अत्रपद्यम्—दोर्जकोटिज्यया त्रिज्यकाया भवेच्चापजात्ये सुसम्बन्धमानं हि यत् ।
कर्णकोटिज्यया स्यात्तदेवान्यदोः-कोटिमौर्व्याः सुगोलज्ञवर्या बुधः १ ॥

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

यथात्र कल्प्यताम् । भुजांशविषुवांशक्रान्त्यंशैत्यवयवत्रयजनिते चापजात्ये क्रान्तिकोटिज्यया द्युज्यासमाख्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव भुजांशकोटिज्याया विषुवांशकोटिज्याया निष्पत्तिः । वा विषुवांशकोटिज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव भुजांश- कोटिज्यया द्युज्याया निष्पत्तिरिति ।

अत्रोपपत्तिः ।

इह ध्रुवान्नाडीवृत्तावधि अयनप्रोतग्रहगतध्रुवप्रोतवृत्तयोर्नवत्यंशमितौ कोटिकर्णौ नाडीवृत्ते विषुवांशकोटिमितो भुज इति बृहज्जात्यस्य द्युज्याचापांशपरमाल्पद्युज्याचापांश-भुजांशकोट्यंशैत्यवयवत्रयजनितजात्येन साजात्यमतिरोहितमेव ध्रुवगतकोणस्योभयगतत्वात् । ततः साजात्यात् $\frac{\text{त्रि}}{\text{विकोज्या}} = \frac{\text{द्यु}}{\text{भुकोज्या}}$ तत एकान्तरनिष्पत्त्या वा $\frac{\text{त्रि}}{\text{द्यु}} = \frac{\text{विकोज्या}}{\text{भुकोज्या}}$ अत उपपन्नं यथोक्तमिति । अथ पूर्वसिद्धसम्बन्धाभ्यां (रे० अ० ६ क्षे १६) युक्त्या । $\text{त्रि} \times \text{भुकोज्या} = \text{द्यु} \times \text{विकोज्या}$ ततः $\text{भुकोज्या} = \frac{\text{द्यु. विकोज्या}}{\text{त्रि}}$ तथा $\frac{\text{त्रि. भुकोज्या}}{\text{द्यु}} = \text{विकोज्या}$ । एवं च $\frac{\text{त्रि. भुकोज्या}}{\text{विकोज्या}} = \text{द्यु}$* एतेन—

दोर्जकोटिज्ययोर्घाते त्रिज्यया भाजिते फलम् ।
कर्णचापस्य कोटिज्या चापजात्याभिधानके ॥
कर्णकोटिज्यकात्रिज्याघाते चैकभुजोत्थया ।
कोटिज्यया हृते लब्धं परदोःकोटिमौर्विका ॥

इति सूत्रद्वयमुपपन्नम् ।

अथ षष्ठी प्रतिज्ञा ।

† एकभुजकोटिज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव एक भुजसंमुख-कोणकोटिज्यया द्वितीयभुजसंमुखकोणज्याया निष्पत्तिः ॥

अथात्र कल्प्यताम् । भुजांशविषुवांशक्रान्त्यंशैत्यवयवत्रयोत्पन्नचापजात्ये क्रान्तिकोटिज्यया द्युज्यासमाख्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव जिनांशकोण-कोटिज्यया परमाल्पद्युज्याख्यया द्वितीयकोणज्याया यष्टिसमाख्याया निष्पत्तिः ।

* सर्वत्रैव लघुरिक्थरूपं सुस्पष्टमेवेति ।

† अत्र पद्यम्—बाहुकोटिज्यया त्रिज्यकाया भवेच्चापजात्ये सुसम्बन्धमानं हि यत् ।
स्यात्तदेवान्न दोः संमुखाद्योत्थया कोटिमौर्व्याऽन्यकोणज्यकाया बुधाः ! ॥

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

वा विषुवांशकोटिज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव यष्टिकोणकोटिज्यया अयनवलनज्याभिधया जिनज्याया निष्पत्तिरिति।

अत्रोपपत्तिः।

अत्र ग्रहोत्पन्ननवत्यंशवृत्ते ग्रहक्षितिजाख्ये ध्रुवप्रोतक्रान्तिवृत्तयोरन्तरं यष्टिकोणमानं भुजो ध्रुवप्रोतक्रान्तिवृत्तयोर्नवत्यंशमितौ कोटिकर्णाविति चापजात्यस्य द्युज्याचापांशपरमाल्पद्युज्याचापांशभुजकोट्यंशेति लघुचापजात्येन साजात्यं सुप्रसिद्धमेव। ततः साजात्यात् $\frac{त्रि}{य} = \frac{द्यु}{पद्यु}$ इतिस्यात्। तत एकान्तरनिष्पत्त्या $\frac{त्रि}{द्यु} = \frac{य}{पद्यु}$ * एवंच ग्रहक्षितिजे नाड़ीक्रान्तिवृत्तान्तराले यष्टिचापकोटिरयनवलनाभिधा भुजो नाड़ीक्रान्तिवृत्तसंपाताद्ग्रहक्षितिजावधि तयोः क्रमेण विषुवांशकोटिभुजांशकोटिमिते कर्णकोटी इतिलघुचापंजात्यस्य नाड़ीक्रान्तिवृत्तयोर्नवत्यंशमितौ कोटिकर्णौ यथा अयनप्रोतवृत्ते जिनांशमितो भुज इति बृहच्चापजात्येन साजात्यस्यातिरोहितत्वात् $\frac{त्रि}{जिज्या} = \frac{विकोज्या}{अवज्या}$ तत एकान्तरनिष्पत्त्या $\frac{त्रि}{विकोज्या} = \frac{जिज्या}{अवज्या}$ इति। अत उपपन्नं यथोक्तमिति। अथानन्तरसिद्धनिष्पत्तिमानाभ्यां (रे० अ० ६ क्षे १६) युक्त्या। त्रि. पद्यु = य. द्यु तथाचापरत्र त्रि. अवज्या = जिज्या. विकोज्या। इति सेत्स्यति ततः $पद्यु = \frac{य. द्यु}{त्रि}$ तथा च $अवज्या = \frac{जिज्या. विकोज्या}{त्रि}$ इत्यपि स्पष्टमेव। एतेन —

कोणज्यका कोणलग्नदोर्जकोटिज्यया हता।
त्रिज्याभक्ता फलं चान्यकोणकोटिज्यका भवेत्॥

अथ पञ्चमसाध्येन $\frac{त्रि}{द्यु} = \frac{विकोज्या}{भुकोज्या}$ षष्ठसाध्येन च $\frac{त्रि}{द्यु} = \frac{य}{पद्यु}$ अतएव $\frac{विकोज्या}{भुकोज्या} = \frac{य}{पद्यु}$ (रे० अ० ६ प० ५)। ततः विकोज्या. पद्यु = य. भुकोज्या अतएव $पद्यु = \frac{य. भुकोज्या}{विकोज्या}$ एवमेवापरत्रापि तथैव साध्ययोर्न्यासकरणेनोक्तवदेव $\frac{भुकोज्या. जिज्या}{द्यु} = अवज्या$। इति सेत्स्यति† एतेन—

* अत उपपन्नम्।

† अत्र लघुरिक्थरूपं पूर्ववदेवेति।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

भुजसंमुखकोणज्या कर्णकोटिज्यकागुणा ।
भुजकोटिज्ययाप्ताऽन्यकोणकोटिज्यका भवेत् ॥

इति सूत्रमुपपन्नं भवतीति ।

अथैभ्यः सिद्धपदार्थेभ्यः संपन्ना क्रिया लिख्यते-
कोटिर्भुजः कर्णकोटिः कोटी ये कोणयोस्तथा ॥
चापजात्यस्य पञ्चाङ्गान्येतान्युक्तानि पण्डितैः ।
तेषामेको मध्यसंज्ञो मध्यलग्नौ तु यौ स्थितौ ॥
संलग्नसंज्ञौ तौ ज्ञेयावन्यौ संमुखसंज्ञकौ ।
मध्यज्यात्रिज्यकाघातः संलग्नजभयोर्हतिः ॥
संमुखस्थितकोट्यंशज्ययोर्घात इमे समाः ।*

एतानि स्पष्टान्येव ।

यथाऽत्र कल्प्यताम् । भुजांशविषुवांशक्रान्त्यंशेति चापजात्ये विषुवांशः कोटिस्तथा क्रान्त्यंशो भुजस्तथा भुजांशरूपकर्णस्य कोटिस्तथा जिनांशरूपकोणस्य कोटिः परमाल्पद्युज्याचापं । तथा यष्टिचापरूपकोणस्य कोटिरयनवलनाभिधचापमित्येते पञ्चावयवा भवितुमर्हन्ति । अत्र यदि भुजांशकोटिर्मध्यसमाख्या तदा परमाल्पद्युज्याचापायनवलनचापे संलग्नसमाह्वये तथा क्रान्तिविषुवांशमितौ संमुखसंज्ञाविति । तदा भुकोज्या. त्रि = अवच्छा. पद्युच्छा. = द्यु. विकोज्या । इति भवितुमर्हतीति—

---

* अत्र । चापजात्ये समं कोणं हित्वाऽवयवपञ्चकम् । भुजत्रयं तथा कोणद्वयमेवं प्रकल्पयेत् ॥
केष्वपि त्रिषु संसक्तावयवेष्विह मध्यजा । दोर्ज्या त्रिज्यागुणा प्रान्तस्पर्शरेखाहतिर्भवेत् ॥
त्रिषु द्वावेव सक्तौ चेत् पृथक्स्थस्य भुजज्यका । त्रिज्याघ्नी सक्तकोटिज्याहतितुल्या भवेद्ध्रुवम् ॥
एतत्सिद्धान्तयुग्मेऽपि स्थाने श्रवणकोणयोः । तत्कोटिमेव गृह्णीयाच्चापजात्यविधौ बुध ! ॥
सिद्धान्ताभ्यां किलैताभ्यां प्रोक्तावयवपञ्चके । ज्ञातेऽवयवयुग्मे स्यादुक्तमन्यत्रयं द्रुतम् ॥
चापजात्ये हि संसक्तावयवत्रितयं त्रिधा । तत्राद्यं त्रितयं बाहु चैककोणस्तथापरम् ॥
श्रवणश्चैककोणश्च तथा तत्कोणसक्तदोः । एवं कोणौ च कर्णश्च त्रितयं त्रितयं भवेत् ॥
द्वावेवावयवौ सक्तो यस्मिन्नवयवत्रये । तदपि त्रितयं चापं जात्यके भवति त्रिधा ॥
तत्रकोणद्वयं चैको दोरिति प्रथमत्रयम् । द्वितीयं श्रवणश्चैककोणस्तत्संमुखो भुजः ॥
भुजद्वयं तथा कर्णस्त्रयमेतत्त्रितीयकम् । एवं षड्विधमेव स्याज्जात्येऽत्रावयवत्रयम् ॥
एतानि नवीनोक्तचापजात्यसूत्राण्येतदभिन्नान्येव

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अत्रोपपत्तिः ।

अत्र "कोणयोः कोटिजच्छायाघाते" इत्यादिचतुर्थसाध्यान्तर्गतसूत्रेण भुकोज्या $= \frac{\text{अवच्छा. पद्युच्छा}}{\text{त्रि}}$ ततः भुकोज्या. त्रि = अवच्छा. पद्युच्छा । तथा पञ्चमसाध्यतः भुकोज्या. त्रि = द्यु. विकोज्या । अतः भुकोज्या. त्रि = अवच्छा. पद्युच्छा = द्यु. विकोज्या । इति अत उपपन्नं यथोक्तमिति ।" एवं यदि अयनवलनं मध्याख्यं तदा क्रान्तिभुजांशकोव्यंशौ संलग्नाख्यौ तथा विषुवांशपरमाल्पद्युज्याचापांशौ संमुखसंज्ञकौ स्तः । तदा अवज्या. त्रि = क्रांच्छा. भुकोछा = विकोज्या. जिज्या इति भवितुमर्हति ।

अत्रोपपत्तिः ।

अत्र षष्ठसाध्यतः अवज्या. त्रि = जिज्या. विकोज्या तथा कोणलग्नभुजच्छाया कर्णकोटिभया हता" इत्यादि तृतीयसाध्यान्तर्गतसूत्रेग च अवज्या. त्रि = क्रांच्छा. भुकोच्छा । इति सेत्स्यति ततः अवज्या. त्रि = क्रांच्छा. भुकोच्छा = विकोज्या. जिज्या अत उपपन्नं यथोक्तमिति । एवं यदि क्रान्तिरेव मध्याख्या तदा क्रांज्या-त्रि = अवच्छा. विच्छा = भुज्या. जिज्या ।

अत्रोपपत्तिः ।

अत्र द्वितीयसाध्यतः क्रांज्या. त्रि = भुज्या. जिज्या तथा "कोणस्य कोटिच्छायाघ्नी" इत्यादि प्रथमसाध्यान्तर्गतसूत्रेण क्रांज्या. त्रि = अवच्छा. विच्छा, इति सेत्स्यत्यतो जातम् क्रांज्या. त्रि = अवच्छा. विच्छा = भुज्या. जिज्या, अत उपपन्नं यथोक्तमिति । एवं सर्वत्र स्वरूपविन्यासेन ज्ञेयमित्यलं ग्रन्थगौरवेणेति ।

अथ भुजांशविषुवांशक्रान्त्यंशेतिगृहीतचापजात्ये तृतीयसाध्यतः –

$$\frac{\text{त्रि}}{\text{पद्यु}} = \frac{\text{भुच्छा}}{\text{विच्छा}}, \qquad \frac{\text{त्रि}}{\text{अवज्या}} = \frac{\text{भुच्छा}}{\text{क्राच्छा}}$$

तत एकान्तरनिष्पत्त्या च $\frac{\text{त्रि}}{\text{भुच्छा}} = \frac{\text{पद्यु}}{\text{विच्छा}}$", $\frac{\text{त्रि}}{\text{भुच्छा}} = \frac{\text{अवज्या}}{\text{क्रांच्छा}}$ ततः

$\frac{\text{पद्यु}}{\text{विच्छा}} = \frac{\text{अवज्या}}{\text{क्रांच्छा}}$ इति (रे० अ० ६ प० ५) ततः पद्यु. क्रांच्छा = विच्छा. अवज्या । एतेन

कोणसंमुखबाहोस्तु छाया संगुणिता यदा ।
कोणकोटिज्यया तुल्या तदा कोणद्वये भवेत् ॥

इति सूत्रमुपपद्यत इति ।

अथ "कर्णकोटिजयकात्रिज्याघाते" इत्यादि पञ्चमसाध्यान्तर्गतसूत्रेण $\frac{\text{भुकोज्या. त्रि}}{\text{द्यु}} =$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

विकोज्या ततोऽस्या वर्गं त्रिज्यावर्गे विशोध्य विषुवांशज्यावर्गो यथा—

$$\frac{त्रि^2.द्यु^2 - भुकोज्या^2.त्रि^2}{द्यु^2} = विज्या$$

वा $\frac{त्रि^2 (द्यु^2 - भुकोज्या^2)}{द्यु^2} = विज्या^2$ । ततः कोटिज्यावर्गान्तरस्य ज्या-वर्गान्तरसमत्वात् $\frac{त्रि^2 (भुज्या^2 - क्रांज्या^2)}{द्यु^2} = विज्या^2$ । ततो मूलग्रहणेन—

$$\frac{त्रि\sqrt{भुज्या^2 - क्रांज्या^2}}{द्यु} = विज्या$$

एवमपरभुजज्ञानमपि। एतेन—

अत्र ज्ञाते चापबाहुश्रुती ये तज्ज्याकृत्योरन्तराद्यत्पदं तत्।
त्रिज्यानिघ्नं ज्ञातकोटिज्ययाप्तं तच्चापं स्यान् मानमज्ञातबाहोः॥

इति तत्त्वविवेकोक्तं तथा "एकस्य राशेर्बृहती ज्यका या" इत्यादि भास्करोक्तं चोपपन्नम्। * अथवा मद्दर्शितचापजात्यज्याक्षेत्रकरणरीत्या एषां वासना अतिसरला ज्ञातभुजकर्णज्यावर्गान्तरपदात्मकाया कोटेर्ज्ञातभुजकोटि-व्यासार्धपरिणतान्यभुजजीवात्वात्।

अथ पूर्वदर्शितपञ्चमसाध्यान्तर्गतसूत्रेणैव $\frac{त्रि.भुकोज्या}{द्यु} = विकोज्या$ इत्यस्ति। ततोऽस्याश्चापं विषुवांशकोटिस्ततश्च तदूना नवतिर्विषुवांशाः स्युरेवमपरत्रापीति।

एतेन—यद्वा कर्णोत्था च या कोटिजीवा त्रिज्यानिघ्नी ज्ञातकोटिज्ययाप्ता।
तच्चापांशैरूनखाङ्कैर्मितं स्यादज्ञातस्य व्यक्तमानं हि बाहोः॥

इति तत्त्वविवेकोक्तं चोपपन्नम्।

† इह यदि नाडीक्रान्तिवृत्तसम्पातोपरि ध्रुवप्रोतवृत्तं कृत्वा तदुपरि ग्रहस्थानाल्लम्बो निपात्यते तदा ग्रहात्सम्पातोपरिगतध्रुवप्रोतवृत्तावधिलम्बवृत्ते एको भुजः सम्पातोपरिगतध्रुवप्रोतवृत्ते लम्बमूलात्सम्पातावधि द्वितीयः क्रान्तिवृत्ते भुजांशाः कर्ण इति चापजात्यस्य भुजांशविषुवांशक्रान्त्यंशेतिजात्यस्य च भुजांशरूपकर्णस्यो-

---

* अथवाऽनुपातः $\frac{पविज्या.त्रि}{द्यु} = विज्या$

$\frac{त्रि\sqrt{भुज्या^2 - क्रांज्या^2}}{द्यु} = विज्या$ उपपन्नम्

† क्षेत्रदर्शनम्

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

भयगतत्वात्तयोर्योगेनैकं चतुर्भुजं चापात्मकं जातम्। यत्र ग्रहगतकोणं विहाय शिष्टं कोणत्रयं समाख्यम्। अतोऽत्र क्रान्तिस्तथा लम्बवृत्तीयो भुजो विषमाख्यः विषुवांशस्तथा संपातोपरिगध्रुवप्रोतीयभुजः समाख्य इति परिकल्पनीयम्। ध्रुवाद्ग्रहावधि द्युज्याचापांशाः कर्णः संपातोपरिध्रुवप्रोतवृत्ते कोटिर्लम्बवृत्ते भुज इति चापजात्ये ध्रुवगतकोणस्य विषुवांशसमत्वात् "कर्णज्याकोणजीवाघ्नी" इत्यादिद्वितीयसाध्यान्तर्गतसूत्रतः $\frac{\text{द्यु. विज्या}}{\text{त्रि}} = \text{लंवृचापज्या}$। परंच अत्र ज्ञाते चापबाहुश्रुती ये इत्यस्यो पपत्तौ पूर्वं—

$$\frac{\sqrt{\text{भुज्या}^2 - \text{क्रांज्या}^2} \times \text{त्रि}}{\text{द्यु}} = \text{विज्या}$$ । इति सिद्धमस्ति

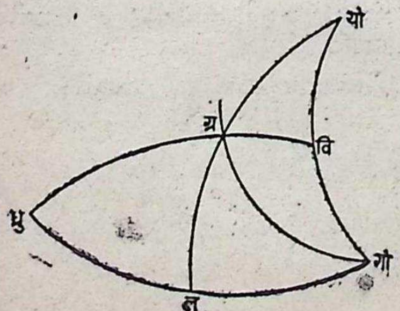
अतउत्थापनेन $\frac{\text{द्यु.} \sqrt{\text{भुज्या}^2 = \text{क्राज्या}^2} \times \text{त्रि}}{\text{द्यु. त्रि}} = \text{लंवृचाज्या}$

अतः $\sqrt{\text{भुज्या}^2 - \text{क्राज्या}^2} = \text{लंवृचाज्या}$। इति जातम्।

तथा "कोणसम्मुखबाहुज्या त्रिज्याघ्नी" इत्यादिद्वितीयसाध्यान्तर्गतसूत्रेण तस्मिन्नेव जात्ये $\frac{\text{लंवृचाज्या. त्रि}}{\text{द्यु}} = \text{विज्या}$. इति सेत्स्यति एवमपरत्रापि ज्ञातव्यमिति।

एतेन

गोलेऽथ चापकर्णाद्ये पार्श्वयोश्चापजात्यके।
तद्वशाच्चतुरस्रं तु दृश्यते यद्विदांवर ?॥
तस्य कर्णाग्रसक्तैककोणः स विषमाभिधः।
समं तु कोणत्रितयं विषमाभिधकोणतः॥
पार्श्वयोर्यौ भुजौ तौ तु विषमौ समकोणतः।



क्षेत्रपरिचयः गोयो = नाड़ीवृत्तम्। गोग्र = क्रान्तिवृत्तम्। ध्रुग्रवि = ध्रुवप्रोतवृत्तम्। ध्रु = ध्रुवस्थानम्। ग्र = ग्रहस्थानम्। ग्रल = लम्बवृत्तम्। गोध्रु = नाड़ीक्रान्तिवृत्तसम्पातोपरि ध्रुवप्रोतवृत्तम्। एवमत्र गोविग्रल' एकं चतुर्भुजं चापात्मकं जातम्।

∠विग्रल कोणो बिषमाख्यः।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

कर्णाग्रसक्तात् पार्श्वस्थौ भुजौ यौ तौ समाभिधौ ।
यत्पार्श्वासमबाहुज्याकृतिं कर्णज्यकाकृतेः ।
विशोध्य मूलं तच्चापं नियतं चान्यपार्श्वगः ॥
भवेत् स विषमो बाहुरेवं यद्विषमो भुजः ।
ज्ञातस्तज्या त्रिभज्याघ्नी भक्ताऽन्यविषमाख्यया ॥
कोटिमौर्व्याथ तच्चापमन्यपार्श्वसमो भुजः ।
सदेत्थं गणितं प्राज्ञैर्ज्ञेयमेतादृशस्थले ॥

इति तत्त्वविवेकोक्तं चापचतुरस्रक्षेत्रीयभुजानयनमुपपन्नं भवति । इति चापजात्य-प्रपञ्चः समाप्तः ।

अथ विषमत्रिभुजगणितं प्रारभ्यते ॥

यत्र त्रयो विषमकोणास्तत् किल विषमत्रिभुजं तत्रैको भुजः स्वेच्छया आधारसंज्ञो वा कल्प्यः । अन्यौ भुजसंज्ञावेव । आधारवृत्तोपरिलम्ब रूपं यद्वृत्तं भुजद्वययोगविन्दुगतं तस्य त्रिभुजान्तर्गतं चापं विषमत्रिभुजे लम्बसंज्ञं लम्बनिपातादाधारखण्डे चापरूते एवाबाधे भवतः ।

अथ प्रथमा प्रतिज्ञा ।

* लम्बलग्नकोणज्ययोर्या निष्पत्तिः । सैवाबाधालग्नकोणकोटिज्ययोर्निष्पत्तिः ॥

यथाऽत्र कल्प्यते । ग्रहोपरि खमध्यप्रोतध्रुवप्रोतवृत्तयोः करणेन ध्रुवाद्ग्रहावधि ध्रुवप्रोतवृत्ते द्युज्याचापांशा एकोवयवस्तथा ध्रुवादेव खमध्यावधि याम्योत्तरवृत्ते लम्बांशा द्वितीयस्तथा दृग्वृत्ते खमध्याद्ग्रहावधि नतांशास्तृतीय इति चापाजात्ये खमध्यरूपभुज-द्वययोगविन्दोर्द्युज्याचापांशरूपाधारे लम्बकरणेन खमध्ये लम्बवृत्तदृग्वृत्तोत्पन्नकोणस्य प्रथमाख्यस्य तथा लम्बवृत्तयाम्योत्तरवृत्तोत्पन्नकोणस्य द्वितीयाख्यस्य च जीवयोर्या

∠वि ∠गो, ∠ल कोणत्रयं समाख्यम् अतोऽत्र ग्रत, ग्रवि भुजौ विषमाख्यौ गोल, गोवि—भुजौ समाख्यौ कल्प्यौ ।

* अत्र पद्यम् ।

चापजाजात्यके लम्बलग्नास्त्रयोर्जीवयोर्विज्ञ ? सम्बन्धमानं भवेत् ।
यत्तदेवावधालग्नकोणोत्थयोः कोटिमौर्व्योर्हि सम्बन्धमानं भवेत् ॥
चापाजात्यं वा कथ्यते

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

निष्पत्तिः सैव ग्रहगतध्रुवगतकोणयोरिष्टत्रिभुजगतयोः कोटिज्ययोरपि स्यात् । †

अत्रोपपत्तिः ।

अत्रोक्तचापाजात्ये लम्बवृत्तादुभयदिशि चापजात्यद्वयस्य समुत्पत्तिरिति तावत्सुप्रसिद्धमेव । तत्र चापजात्यपष्ठसाध्येन नतांशकर्णजनितजात्ये $\frac{\text{त्रि}}{\text{लंवृकोज्या}} = \frac{\text{प्रकोज्या}}{\text{प्रकोकोज्या}}$ । तथा लम्बांशकर्णजनितजात्ये $\frac{\text{त्रि}}{\text{लंवृकोज्या}} = \frac{\text{द्विकोज्या}}{\text{ध्रुकोकोज्या}}$ इति स्यात् । ततः $\frac{\text{प्रकोज्या}}{\text{प्रकोकोज्या}} = \frac{\text{प्रकोज्या}}{\text{द्विकोज्या}}$ = (रे० अ० ६ प० ५) तत एकान्तरनिष्पत्त्या जातम् ।

$$\frac{\text{प्रकोज्या}}{\text{द्विकोज्या}} = \frac{\text{प्रकोकोज्या}}{\text{ध्रुकोकोज्या}}$$ । अत उपपन्नम् ।

अथानन्तरसम्बन्धाभ्यां (रे० अ० ६ क्षे० १६) युक्त्या प्रकोज्या. ध्रुकोकोज्या = द्विकोज्या. प्रकोकोज्या । इति सेत्स्यति । एतेन—

एकाबाधालग्नकोणकोटिज्या लम्बलग्नया ।
अन्याबाधासंमुखस्थकोणमौर्व्या हृता समा ॥

इति सूत्रमवतरति ।

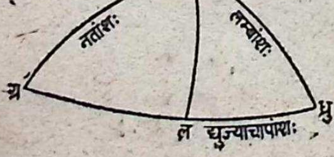
अथ द्वितीया प्रतिज्ञा ।

* तत्र भुजसम्बन्धिकोटिज्ययोर्या निष्पत्तिः सैवाबाधाकोटिज्ययोर्निष्पत्तिः ।

यथात्र कल्प्यताम् । नतांशलम्बांशद्युज्याचापांशेत्यवयवत्रयविशिष्टचापाजात्ये पूर्वप्रतिपादिते नतांशलम्बांशकोटिज्ययोर्या निष्पत्तिः सैव प्रथमाबाधाद्वितीयाबाधाकोटिज्ययोर्निष्पत्तिः ।

---

† क्षेत्रपरिचयः ।



खध्रु = याम्योत्तरवृत्ते लम्बांशाः । खग्र = दृग्वृत्ते नतांशाः । ध्रुग्र = ध्रुवप्रोतवृत्ते द्युज्याचापांशाः । खल = लम्बवृत्तम् । ग्रल = प्रथमाबाधा । ध्रुल = द्वितीयाबाधा

* अत्र पद्यम् । चापजाजात्यके बाहुकोटिज्ययोर्येऽन्यथाचापसंजातकोटिज्ययोः ।
मिथः । निष्पत्तिमाने समाने कथं संगिरन्ते सुगोलज्ञवर्या बुधाः ॥

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अत्रोपपत्तिः ।

अत्र चापजात्यपञ्चमसाध्यतः नतांशकर्णजजात्ये —

$\frac{\text{त्रि}}{\text{लंवृकोज्या}} = \frac{\text{प्रआकोज्या}}{\text{नकोज्या}}$ । तथाच लम्बांशकर्णजजात्ये—

$\frac{\text{त्रि}}{\text{लंवृकोज्या}} = \frac{\text{द्विआकोज्या}}{\text{लंकोज्या}}$ । ततः (रे० अ० ६ प० ५) युक्त्या

$\frac{\text{प्रआकोज्या}}{\text{नकोज्या}} = \frac{\text{द्विआकोज्या}}{\text{लंकोज्या}}$ । इति स्यात् । तत एकान्तरनिष्पत्त्या—

$\frac{\text{प्रआकोज्या}}{\text{द्विआकोज्या}} = \frac{\text{नकोज्या}}{\text{लंकोज्या}}$ । अत उपपन्नम् ।

अथ पूर्वसम्बन्धाभ्यां (रे० अ० ६ क्षे० १६) युक्त्या । प्रआकोज्या. लंकोज्या = लंकोज्या द्विआकोज्या. नकोज्या इति सेत्स्यति । एतेन—

एकाबाधालग्नबाहुकोटिजीवा यदा हता ।
अन्याबाधाचापकोटिज्यकया सा समा भवेत् ॥

इति सूत्रमवतरति ।

अथ तृतीया प्रतिज्ञा ।

* तत्राबाधाज्ययोर्या निष्पत्तिः सैवाधारलग्नकोणयोश्छायावैपरीत्ये निष्पत्तिः ।

यथात्र कल्प्यताम् । पूर्वोक्तनतांशलम्बांशद्युज्याचापांशोत्थवयवत्रयविशिष्टचापीयाजात्ये प्रथमद्वितीयाबाधाज्ययोर्या निष्पत्तिः सैव ग्रहध्रुवस्थानलग्नकोणयोश्छायावैपरीत्ये निष्पत्तिरिति ।

अत्रोपपत्तिः ।

अत्र चापजात्यस्य प्रथमसाध्यतः नतांशकर्णजचापजात्ये $\frac{\text{त्रि}}{\text{प्रआज्या}} = \frac{\text{ग्रकोच्छा}}{\text{लंवृच्छा}}$ अतः त्रि. लंवृच्छा = प्रआज्या. ग्रकोच्छा एवं लम्बांशकर्णजजात्येऽपि $\frac{\text{त्रि}}{\text{द्विआज्या}} = \frac{\text{ध्रुकोच्छा}}{\text{लंवृच्छा}}$ ततश्च त्रि. लंवृच्छा = द्विआज्या. ध्रुकोच्छा । अतः प्रआज्या. ग्रकोच्छा = द्विआज्या. ध्रुकोच्छा । ततः

---

* अत्र पद्यम् । चापजाजात्यजाबाधयोर्जीवयोर्गोलधीराः ! सुसम्बन्धमानं तथा ।
भूमिसंलग्नकोणोत्थयोश्छाययोर्वैपरीत्येन यत्ते समाने कथम् ॥

 Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

$\frac{\text{प्रभाज्या}}{\text{द्विभाज्या}} = \frac{\text{ध्रुकोच्छा}}{\text{प्रकोच्छा}}$ । तत उपपन्नम् । अथ पूर्वं यतः प्रभाज्याप्रकोच्छा = द्विभाज्या. ध्रुकोच्छा इति सिद्धमतः ।

आबाधाचापजीवा तु खलग्नाम्रभया हता ।
तुल्या भवेदुभयतश्चापीये त्रिभुजे सदा ॥

इति सूत्रमुपपद्यते ।

अथ चतुर्थी प्रतिज्ञा ।

* तत्र लम्बलग्नकोणकोटिज्ययोर्या निष्पत्तिः सैव भुजयोश्छायावैपरीत्ये निष्पत्तिः ।

यथाऽत्र कल्प्यताम् । पूर्वोक्तचापाजात्ये लम्बलग्नकोणयोः प्रथम-द्वितीयाख्ययोः कोटिज्योर्या निष्पत्तिः सैव नतांशलम्बांशरूपभुजयोश्छायावैपरीत्ये निष्पत्तिरिति ।

अत्रोपपत्तिः ।

अत्र चापजात्यतृतीयसाध्यतः नतांशकर्णजजात्ये $\frac{\text{त्रि}}{\text{प्रकोकोज्या}} = \frac{\text{नतांच्छा}}{\text{लंवृच्छा}}$ । ततश्च त्रि. लंवृच्छा = प्रकोकोज्या. नतांच्छा । एवमेव लम्बांशकर्णजजात्ये ।

$$\frac{\text{त्रि}}{\text{द्विकोकोज्या}} = \frac{\text{लंवांच्छा}}{\text{लंवृच्छा}} \text{ ततः ।}$$

त्रि. लंवृच्छा = द्विकोकोज्या. लंवांच्छा ततः प्रकोकोज्या. नतांच्छा = द्विको कोज्या. लवांच्छा अतएव $\frac{\text{प्रकोकोज्या}}{\text{द्विकोकोज्या}} = \frac{\text{लंवांच्छा}}{\text{नतांच्छा}}$ । इति जातम् । अत उपपन्नम् । अथ यतः प्रकोकोज्या. नतांच्छा = द्विकोकोज्या. लंवांच्छा इति सिद्धमतः ।

लम्बलग्नस्य कोणस्य कोटिज्या या द्वयोर्भवेत् ।
सा स्वलग्नभुजच्छायासंगुणा चेत्समा भवेत् ॥

इति सूत्रमुपपद्यते—

अत्र पद्यम्—

● लम्बलग्नास्त्रयोश्चापजात्यके कोटिमौर्व्योः सुसम्बन्धमानं हि यत् ।
स्यात्तदेवात्र दोर्जातयोश्छाययोर्वैपरीत्येन सम्बन्धमानं कथम् ॥

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अथ पञ्चमी प्रतिज्ञा ।

* तत्र भुजयोर्योगार्धच्छायया आबाधयोर्योगार्धच्छायाया या निष्पत्तिः सैव आबाधयोरन्तरार्धच्छायया भुजयोरन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिः ॥

यथात्र कल्प्यताम् । पूर्वोक्तचापाजात्ये नतांशलम्बांशयोर्योगार्धच्छायया प्रथमद्वितीयाबाधयोर्योगार्धच्छायाया या निष्पत्तिः सैव प्रथमद्वितीयाबाधयोरन्तरार्धच्छायया नतांशलम्बांशयोरन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिरिति ।

अत्रोपपत्तिः ।

अत्र चापाजात्यद्वितीयसाध्यतः $\frac{\text{नकोज्या}}{\text{लंकोज्या}} = \frac{\text{प्रआकोज्या}}{\text{द्विआकोज्या}}$ ततो योगान्तरनिष्पत्त्या $\frac{\text{नकोज्या} + \text{लंकोज्या}}{\text{लंकोज्या} \sim \text{नकोज्या}} = \frac{\text{प्रआकोज्या} + \text{द्विआकोज्या}}{\text{द्विआकोज्या} \sim \text{प्रआकोज्या}}$ इति सिद्धम् । † परंच कोटिज्यान्तरेण कोटिज्यायोगस्य या निष्पत्तिः सैव तच्चापयोरन्तरार्धच्छायया तयोर्योगार्धकोटिच्छायाया निष्पत्तिरिति तावज्ज्योत्पत्त्या सुस्पष्टमेवातः प्रकृते नूतनसंकेतेन ।

* अत्र पद्यं वा—

बाह्वोर्योगदलोत्थया किल भयाऽऽबाबासमासार्धज-
च्छायाया गणितप्रपञ्चनिपुणाः ! सम्बन्धमानं हि यत् ।
आबाधाजनितान्तरार्धजभया वाह्वोर्विशेषार्धज-
च्छायायाश्च तदेव चापजनिताजात्यत्रिकोणे भवेत् ॥

† चापविश्लेषयोगार्धज्ययोरित्यादिविशेषसूत्रेण नकोज्या + लंकोज्या = २ कोज्या $\frac{१}{२}$ (न + लं). कोज्या $\frac{१}{२}$ (न $\sim$ लं) । नकोज्या $\sim$ लंकोज्या = २ ज्या $\frac{१}{२}$ (न + लं). ज्या $\frac{१}{२}$ (न $\sim$ लं) अतः $\frac{\text{नकोज्या} + \text{लंकोज्या}}{\text{नकोज्या} + \text{लंकोज्या}} = \frac{\text{२ कोज्या } \frac{१}{२} (\text{न} + \text{लं}). \text{कोज्या } \frac{१}{२} (\text{न} \sim \text{लं})}{\text{२ ज्या } \frac{१}{२} (\text{न} + \text{लं}). \text{ज्या } \frac{१}{२} (\text{न} \sim \text{लं})} = \frac{\text{कोज्या } \frac{१}{२} (\text{न} + \text{लं})}{\text{ज्या } \frac{१}{२} (\text{न} + \text{लं}). \frac{\text{ज्या } \frac{१}{२} (\text{न} \sim \text{लं})}{\text{कोज्या } \frac{१}{२} (\text{न} \sim \text{लं})}}$

$= \frac{\text{कोस्प } \frac{१}{२} (\text{न} + \text{लं})}{\text{स्प } \frac{१}{२} (\text{न} \sim \text{लं})}$ । एवमत्र $\frac{\text{प्रआकोज्या} + \text{द्विआकोज्या}}{\text{द्विआकोज्या} + \text{प्रआकोज्या}}$

$= \frac{\text{कोस्प } \frac{१}{२} (\text{प्रआ} + \text{द्विआ})}{\text{स्प } \frac{१}{२} (\text{द्विआ} \sim \text{प्रआ})}$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

$\frac{\text{कोस्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{नतां}+\text{लंम्बां})}{\text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{नतां}\backsim\text{लंबा})} = \frac{\text{कोस्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{प्रआ}+\text{द्विआ})}{\text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{प्रआ}\backsim\text{द्विआ})}$ परमत्र ‡ भुजको-टिचापस्पर्शरेखयोर्घातस्य ज्योत्पत्त्यैव त्रिज्यावर्गसमत्वादेकयाभक्ते त्रिज्यावर्गेऽपरा स्यादि-त्यतः $\frac{\text{त्रि}^2}{\text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{नतां}\backsim\text{लंबां}).\,\text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{नतां}+\text{लंबां})}$

$= \frac{\text{त्रि}^2}{\text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{प्रआ}\backsim\text{द्विआ}).\,\text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{प्रआ}+\text{द्विआ})}$ इति भवितुमर्हति कोटि-स्पर्शरेखाया उत्थापनेन । ततस्तुल्यगुणनभजनाभ्यां जातम् ।

$\frac{\text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{प्रआ}+\text{द्विआ})}{\text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{नतां}+\text{लंवां})} = \frac{\text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{नतां}\backsim\text{लंवां})}{\text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{प्रआ}\backsim\text{द्विआ})}$ अत उपपन्नं यथोक्तं पञ्चमसाध्यमिति ।

अथानन्तरप्रतिपादितनिष्पत्तिमानाभ्याम् । $\text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{प्रआ}+\text{द्विआ}).\,\text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{प्रआ}\backsim\text{द्विआ}) = \text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{नतां}+\text{लंवां}).\,\text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{नतां}\backsim\text{लंवां})$ इति सिध्यति । ततस्तुल्यभजनेन $\frac{\text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{नतां}+\text{लंवां}).\,\text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{नतां}\backsim\text{लंवां})}{\text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{प्रआ}+\text{द्विआ})} = \text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{प्रआ}\backsim\text{द्विआ}$ इति जातम् ।

ततोऽस्याः स्पर्शरेखाप्रकारेण चापमाबाधान्तरं स्यात्ततो योगान्तरयोर्ज्ञानात् संक्रमणगणितेनाबाधाद्वयज्ञानमतिरोहितमेव । अत्राबाधायोगार्धमेवाधारार्धमित्यत उपपन्नम् ।

बाह्वोर्योगार्धजा छाया विवरार्धभया हता ।
आधारार्धभया भक्ता लब्धचापं भवेत् किल ॥

---

‡ $\frac{\text{कोज्या}\,\frac{1}{2}\,(\text{न}+\text{लं}).\,\text{त्रि}}{\text{ज्या}\,\frac{1}{2}\,(\text{न}+\text{लं})} = \text{कोस्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{न}+\text{लं})\;\frac{\text{ज्या}\,\frac{1}{2}\,(\text{न}+\text{लं}).\,\text{त्रि}}{\text{कोज्या}\,\frac{1}{2}\,(\text{न}+\text{ल})}$

$= \text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{न}+\text{ल})$ अनयोर्घातः $\text{त्रि}^2 = \text{कोस्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{न}+\text{लं}).\,\text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{न}+\text{लं})$

$\therefore \frac{\text{त्रि}^2}{\text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{न}+\text{लं}} = \text{कोस्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{न}+\text{लं})$

एवं $\frac{\text{त्रि}}{\text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{प्रआ}+\text{द्विआ})} = \text{कोस्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{प्रआ}+\text{द्विआ})$

$\because \frac{\text{त्रि}^2}{\text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{न}+\text{लं})\,\text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{न}\backsim\text{लं}} =$

$\frac{\text{त्रि}^2}{\text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{प्रआ}+\text{द्विआ}).\,\text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{प्रआ}\times\text{द्विअ})}$ ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

छायाखण्डैरन्तरार्धं　　द्वयोराबाधयोर्यतः ।
अतोऽनेन　युतं　हीनमाधारार्धं　तदाऽवधे ॥

इति सूत्रद्वयम् ।

बहिर्लम्बे तु आबाधान्तरस्थाधारसमत्वात् आधारार्धरूपाबाधान्तरार्धस्य स्पर्शरेखया भक्ते आबाधायोगोत्थदलस्पर्शरेखा स्यात्ततोऽप्युक्तरीत्यैवाबाधयोर्ज्ञानमतिरोहितमिति ।

अथ षष्ठी प्रतिज्ञा ।

* तत्राधारलग्नकोणयोर्योगज्यया तदन्तरज्याया या निष्पत्तिः सैव आधारार्धच्छायया आबाधयोरन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिरित्यन्तर्लम्बे । बहिर्लम्बे तु आधारार्धकोटिच्छायया आबाधयोर्योगार्धकोटिच्छायाया निष्पत्तिरिति ।

यथात्र कल्प्यताम् । नतांशलम्बांशद्युज्याचापांशेति चापजात्ये ग्रह ध्रुवगतकोणयोर्योगज्यया तदन्तरज्याया या निष्पत्तिः सैव द्युज्याचापांशरूपाधारार्धच्छायया आबाधयोरन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिर्भवितुमर्हति बहिर्लम्बपाते सति आधारार्धकोटिच्छायया आबाधयोर्योगार्धकोटिच्छायाया निष्पत्तिरिति ।

अत्रोपपत्तिः ।

अत्र चापजात्यस्य तृतीयसाध्यतः ।

$\frac{\text{प्रआज्या}}{\text{द्विआज्या}} = \frac{\text{ध्रुकोच्छा}}{\text{ग्रकोच्छा}}$ इति सिद्धं भवति । ततो योगान्तरनिष्पत्त्या

$\frac{\text{प्रआज्या} \backsim \text{द्विआज्या}}{\text{प्रआज्या} + \text{द्विआज्या}} = \frac{\text{ध्रुकोच्छा} \backsim \text{ग्रकोच्छा}}{\text{ध्रुकोच्छा} + \text{ग्रकोच्छा}}$ परञ्च ज्यायोगेन ज्यांतरस्य या निष्पत्तिः सैव योगार्धच्छायाया अन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिः । तथा छायायोगेन च्छायान्तरस्य या निष्पत्तिः सैव योगज्यया अन्तरज्याया निष्पत्तिरिति ज्योत्पत्त्या सिद्धमस्त्यतः ।

---

* अत्र पद्यम् ।

आधारलग्नाख्य समासजीवया तयोर्विशेषोत्थगुणस्य या भवेत् ।
निष्पत्तिराधारदलोत्थया भया सैवावधाभेददलोत्थभामितेः ॥
बाह्ये च लम्बे कुदलार्धकोटेर्भयाऽवधैक्यार्धजकोटिभायाः ।
निष्पत्तिरुक्ता विबुधैर्नवीनैश्चापोद्भवे वै विषमत्रिकोणे ॥

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

$$\frac{\text{स्प}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रआ} \backsim \text{द्विआ})}{\text{स्प}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रआ} + \text{द्विआ})} = \frac{\text{ज्या}\ (\text{ध्रुको} \backsim \text{ग्रको})}{\text{ज्या}\ (\text{ध्रुको} + \text{ग्रको})}$$ अत्रान्तर्लम्बे आबाधयोर्योगस्य-भूमितुल्यत्वादुपपन्नं यथोक्तमन्तर्लम्बे ।

❀ अथ कयोरपि चापयोः स्पर्शरेखयोर्यानिष्पत्ति सैव तत्कोटिस्पर्शरेखयोरपि वैपरीत्येन निष्पत्तिरित्यतः $\frac{\text{कोस्प}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रआ} + \text{द्विआ})}{\text{कोस्प}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रआ} \backsim \text{द्विआ})} = \frac{\text{ज्या}\ (\text{ध्रुको} \backsim \text{ग्रको})}{\text{ज्या}\ (\text{ध्रुको} + \text{ग्रको})}$ बहिर्लम्बे तु आबाधयोरन्तरमेव भूमिरित्युपपन्नं बहिर्लम्बोक्तमपीति । अथ पूर्वसिद्धान्तार्लम्बनिष्पत्तिभ्यां

---

* चापविश्लेषयोगार्धजीवे कोटिज्यकेत्यादि विशेषसूत्रेण प्रआज्या ∽ द्विआज्या =

$$\text{२ कोज्या}\ \frac{1}{2}\ \text{प्रआ} + \text{द्विआ} = \frac{\text{२ कोज्या}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रआ} + \text{द्विआ}).\ \text{ज्या}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रआ} \backsim \text{द्विआ})}{\text{त्रि}}$$ एवं

$$\text{प्रआज्या} + \text{द्विआज्या} = \frac{\text{२ ज्या}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रआ} + \text{द्विआ}).\ \text{कोज्या}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रआ} \backsim \text{द्विआ})}{\text{त्रि}}$$

$$\therefore \frac{\text{प्रआज्या} \backsim \text{द्विआज्या}}{\text{प्रआज्या} + \text{द्विआज्या}} = \frac{\text{त्रि}\left[\text{२कोज्या}\frac{1}{2}(\text{प्रआ} + \text{द्विआ}),\ \text{ज्या}\frac{1}{2}(\text{प्रआ} \backsim \text{द्विआ})\right]\text{त्रि}}{\text{त्रि}\left[\text{२ज्या}\frac{1}{2}(\text{प्रआ} + \text{द्विआ}).\ \text{कोज्या}\frac{1}{2}(\text{प्रआ} \backsim \text{द्विआ})\right]}$$

$$= \text{त्रि.}\ \text{ज्या}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रआ} \backsim \text{द्विआ})$$

$$\text{कोज्या}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रआ} \backsim \text{द्विआ}).\ \frac{\text{त्रि.}\ \text{ज्या}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रआ} + \text{द्विआ})}{\text{कोज्या}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रआ} + \text{द्विआ})} = \frac{\text{स्प}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रआ} \backsim \text{द्विआ})}{\text{स्प}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रआ} + \text{द्विआ})}$$ ।

तथा $$\frac{\text{ज्या}\ (\text{ध्रुको} \backsim \text{ग्रको})}{\text{ज्या}\ (\text{ध्रुको} + \text{ग्रको})} = \frac{\text{ज्याध्रुको}\cdot\text{कोज्याग्रको} \backsim \text{ज्याग्रको}\cdot\text{कोज्याध्रुको}}{\text{ज्याध्रुको}\cdot\text{कोज्याग्रको} + \text{ज्याग्रको}\cdot\text{कोज्याध्रुको}} =$$

$$\frac{\dfrac{\text{ज्याध्रुको}\cdot\text{कोज्याग्रको}}{\text{कोज्याध्रुको}\cdot\text{कोज्याग्रको}} \backsim \dfrac{\text{ज्याग्रको}\cdot\text{कोज्याध्रुको}}{\text{कोज्याध्रुको}\cdot\text{कोज्याग्रको}}}{\dfrac{\text{ज्याध्रुको}\cdot\text{कोज्याग्रको}}{\text{कोज्याध्रुको}\cdot\text{कोज्याग्रको}} + \dfrac{\text{ज्याग्रको}\cdot\text{कोज्याध्रुको}}{\text{कोज्याध्रुको}\cdot\text{कोज्याग्रको}}}$$

$$= \frac{\text{स्पध्रुको} \backsim \text{स्पग्रको}}{\text{स्पध्रुको} + \text{स्पग्रको}}$$ अतः

$$\frac{\text{स्प}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रआ} \backsim \text{द्विआ})}{\text{स्प}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रआ} + \text{द्विआ})} = \frac{\text{ज्या}\ (\text{ध्रुको} \backsim \text{ग्रको})}{\text{ज्या}\ (\text{ध्रुको} + \text{ग्रको})}$$

अत्र प्रआ + द्विआ = भू = द्युज्याचापांशः

$$= \frac{\text{स्प}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रआ} \backsim \text{द्विआ})}{\text{स्प}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रआ} + \text{द्विआ})} = \frac{\dfrac{\text{ज्या}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रआ} \backsim \text{द्विआ})}{\text{कोज्या}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रआ} \backsim \text{द्विआ})}}{\dfrac{\text{ज्या}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रआ} + \text{द्विआ})}{\text{कोज्या}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रआ} + \text{द्विआ})}}$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

जातम् । ज्या (ध्रुको ∽ ग्रको). स्प $\frac{1}{2}$ (प्रआ + द्विआ) = ज्या (ध्रुको + ग्रको). स्प $\frac{1}{2}$ (प्रआ ∽ द्विआ) ततः $\frac{\text{ज्या (ध्रुको ∽ ग्रको). स्प } \frac{1}{2} \text{ (प्रआ + द्विआ)}}{\text{ज्या (ध्रुको + ग्रको)}}$ = स्प $\frac{1}{2}$ (प्रआ ∽ द्विआ) ततस्तस्याः स्पर्शखण्डैश्चापमाबाधान्तरं स्यात्तश्च योगान्तरयोर्ज्ञानादाबाधाद्वयज्ञानं सुगमम् । बहिर्लम्बे तु पूर्वनिष्पत्तिमानाभ्यां जातम् । कोस्प $\frac{1}{2}$ (प्रआ + द्विआ). ज्या (ध्रुको + ग्रको) = कोस्प $\frac{1}{2}$ (प्रआ ∽ द्विआ). ज्या (ध्रुको ∽ ग्रको). ततश्च कोस्प $\frac{1}{2}$ (प्रआ + द्विआ) =

$\frac{\text{कोस्प } \frac{1}{2} \text{ (प्रआ ∽ द्विआ). ज्या (ध्रुको ∽ ग्रको)}}{\text{ज्या (ध्रुको + ग्रको)}}$ ततोऽस्याश्छायाप्रकारेण चापमाबाधयोर्योगार्धकोटिः । तद्धीना नवतिराबाधायोगार्धं ततोयोगान्तरार्धयोर्ज्ञानात् संक्रमणगणितेनाबाधाद्वयज्ञानमतिरोहितमेवेति । एतेन ।

आधारार्धभया निघ्नी कोणयोरन्तरज्यका ।
कोणयोर्योगजीवाप्ताऽबधयोरन्तरार्धभा ॥
तस्याश्छायासु यच्चापं तेनाधारदलं किल ।
हीनं युतं भवेतां ते विषमत्रिभुजाबधे ॥
अन्तर्लम्बे क्रियैवंस्याद्बहिर्लम्बेऽथ कथ्यते ।
भूम्यर्धकोटिभानिघ्नी कोणयोरन्तरज्यका ॥
कोणसंयोगजीविप्तावधयोर्योगखण्डजा ।
कोटिच्छायाथ तच्चापं छायासु खनवच्युतम् ॥
इदं भूम्यर्धयुक्तोनमाबाधे भवतः क्रमात् ।

इति सूत्रचतुष्टयमुपपद्यते ।

$$= \frac{\text{कोज्या } \frac{1}{2} \text{ (प्रआ + द्विआ)}}{\text{ज्या } \frac{1}{2} \text{ (प्रआ + द्विआ)}} . \frac{\text{कोज्या } \frac{1}{2} \text{ (प्रआ ∽ द्विआ)}}{\text{ज्या } \frac{1}{2} \text{ (प्रआ ∽ द्विआ)}}$$

$$= \frac{\text{कोस्प } \frac{1}{2} \text{ (प्रआ + द्विआ)}}{\text{कोस्प } \frac{1}{2} \text{ (प्रआ ∽ द्विआ)}} = \frac{\text{ज्या (ध्रुको ∽ ग्रको)}}{\text{ज्या (ध्रुको + ग्रको)}}$$

अत्र प्रआ ∽ द्विआ = भू ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अथ सप्तमी प्रतिज्ञा ।

*तत्र भुजयोर्योगज्यया तदन्तरज्यायाः या निष्पत्तिः सैव तन्मध्यगतकोणार्धकोटिच्छायया आबाधा संमुखयोः कोणयोरन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिरित्यन्तर्लम्बे बहिर्लम्बे तु आबाधासंमुखयोः कोणयोर्योगार्धच्छाया चतुर्थस्थाने बोध्या ।

यथात्र कल्प्यताम् । नतांशलम्बांशद्युज्याचापांशेतिपूर्वप्रतिपादिते चापजात्ये नतांशलम्बांशयोर्योगज्यया तदन्तर्ज्यायाः या निष्पत्तिः सैव नतांश लम्बांशोत्पन्नकोणार्धकोटिच्छायया अबाधासंमुखस्थयोः प्रथमद्वितीयाख्ययोः कोणयोरन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिरित्यन्तर्लम्बे । बहिर्लम्बेतु नतांशलम्बांशयोर्योगज्यया तदन्तरज्यायाः या निष्पत्तिः सैव लम्बांशनतांशोत्पन्नकोणार्धकोटिच्छायया प्रथमद्वितीयकोणयोर्योगार्धच्छायाया निष्पत्तिः ।

अत्रोपपत्तिः ।

अत्र चापजात्यस्य चतुर्थसाध्येन $\frac{\text{प्रकोकोज्या}}{\text{द्विकोकोज्या}} = \frac{\text{लंबांच्छा}}{\text{नतांच्छा}}$ इतिसिद्धमस्ति ततो योगान्तरनिष्पत्तिविधानेन जातम् ।

$\frac{\text{प्रकोकोज्या} \backsim \text{द्विकोकोज्या}}{\text{प्रकोकोज्या} + \text{द्विकोकोज्या}} = \frac{\text{लबांच्छा} \backsim \text{नतांच्छा}}{\text{लंबांच्छा} + \text{नतांच्छा}}$ परंच † चापयोः कोटिज्यायोगेन कोटिज्यान्तरस्य या निष्पत्तिः । सैव तयोर्योगार्धकोटिच्छायया अन्तरार्धच्छायाया

* अत्रपद्यम् । भुजैक्यमौर्व्या भुजभेदजातमौर्व्याः सुसम्बन्धमितिर्भवेद्या ।
तन्मध्यकोणार्धजकोटिजातभयाऽवधासंमुखकोणयोश्च ॥
भेदार्धभायाः खलुसैव बाह्ये लम्बेच मध्यास्वदलोत्थकोटेः ।
भयाऽवधासंमुखकोणयोगदलोत्थभाया विषमे त्रिकोणे ॥

$$\dagger\ \frac{\text{प्रकोकोज्या} \backsim \text{द्विकोकोज्या}}{\text{प्रकोकोज्या} + \text{द्विकोकोज्या}} = \frac{\text{२ ज्या } \frac{१}{२}(\text{प्रको} + \text{द्विको}) \therefore \text{ज्या } \frac{१}{२}(\text{प्रको} \backsim \text{द्विको})}{\text{२ कोज्या } \frac{१}{२}(\text{प्रको} + \text{द्विको}) \cdot \text{कोज्या } \frac{१}{२}(\text{प्रको} \backsim \text{द्विको})}$$

$$= \frac{\text{स्प } \frac{१}{२}(\text{प्रको} \backsim \text{द्विको})}{\text{कोस्य } \frac{१}{२}(\text{प्रको} + \text{द्विको})}$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

निष्पत्तिः । तथा * छायायोगेन छायान्तरस्य या निष्पत्तिः सैव योगज्यया अन्तरज्याया निष्पत्तिरितिज्योत्पत्त्या सुप्रसिद्धमस्ति अतः

$$\frac{\text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{प्रको} \sim \text{द्विको})}{\text{कोस्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{प्रको} + \text{द्विको})} = \frac{\text{ज्या}\,(\text{लंबां} \sim \text{नतां})}{\text{ज्या}\,(\text{लंबां} + \text{नतां})}$$

अत्रान्तर्लम्बे प्रथमद्वितीयकोणयोर्योगस्य भुजद्वयोत्पन्नकोणसमत्वादुत्पन्नमन्तर्लम्बोक्तम् ।

† अथ कयोरपि चापयोर्मध्ये एककोटिच्छायया द्वितीयच्छायाया या निष्पत्तिः सैव द्वितीयकोटिच्छायया एकचापच्छायाया निष्पत्तिरितिज्योत्पत्त्या अतिरोहितत्वादनन्तरस्थ-निष्पत्तिमाने तथा कृते जातं रूपान्तरम् ।

$$\frac{\text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{प्रको} + \text{द्विको})}{\text{कोस्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{प्रको} \sim \text{द्विको})} = \frac{\text{ज्या}\,(\text{लंबां} \sim \text{नतां})}{\text{ज्या}\,(\text{लंबां} + \text{नतां})}$$

वहिर्लम्बे प्रथमद्वितीयकोणयोरन्तरस्य भुजद्वयमध्यगतकोणसमत्वादुपपन्नं वहिर्लम्बोक्तमपीति । अथ पूर्वनिष्पत्तिमानाभ्यां जातम् ।

$$\frac{\text{कोस्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{प्रको} + \text{द्विको}).\,\text{ज्या}\,(\text{लंबां} \sim \text{नतां})}{\text{ज्या}\,(\text{लंबां} + \text{नतां})} = \text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{प्रको} \sim \text{द्विको})$$

ततोऽस्याश्चापं स्पर्शखण्डैर्यत्तत्कोणयोरन्तरार्धं ततः संक्रमणेन कोणद्वयज्ञानमतिरोहितमेवेति । बहिर्लम्बे तु यथोक्तवत्कृते कोणयोर्योगार्धं ज्ञायते ततोऽपि कोणद्वयज्ञानं तथैव सुस्पष्टमिति प्रसिद्धत्वान्नोक्तमिति । एतेन

> भुजयोरन्तरज्याघ्नी मध्यकोणार्धकोटिभा ।
> भुजसंयोगजीवाप्ता कोणयोर्लम्बलग्नयोः ॥
> अन्तरार्धभवा छाया तस्याश्छायाधुयद् धनुः ।

---

* तथा $\frac{\text{ज्या}\,(\text{लं} \sim \text{न})}{\text{ज्या}\,(\text{लं} + \text{न})} = \frac{\text{ज्यालं} \cdot \text{कोज्यान} \sim \text{ज्यान} \cdot \text{कोज्यालं}}{\text{ज्यालं} \cdot \text{कोज्यान} + \text{ज्यान} \cdot \text{कोज्यालं}}$

$$= \frac{\frac{\text{ज्यालं} \cdot \text{कोज्यान}}{\text{कोज्यालं} \cdot \text{कोज्यान}} \sim \frac{\text{ज्यान} \cdot \text{कोज्यालं}}{\text{कोज्यान} \cdot \text{कोज्यालं}}}{\frac{\text{ज्यालं} \cdot \text{कोज्यान}}{\text{कोज्यालं} \cdot \text{कोज्यान}} + \frac{\text{ज्यान} \cdot \text{कोज्यालं}}{\text{कोज्यान} \cdot \text{कोज्यालं}}}$$

$$= \frac{\text{लबांच्छा} \sim \text{नतांच्छा}}{\text{लवांच्छा} + \text{नतांच्छा}} \text{ ।}$$

† अत्रैव हरभाज्यौ ज्या $\frac{1}{2}$ (प्रको ∽ द्विको) अनेन भक्तौ तदा

$$\frac{\text{स्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{प्रको} + \text{द्विको})}{\text{कोस्प}\,\frac{1}{2}\,(\text{प्रको} \sim \text{द्विको})} = \frac{\text{ज्या}\,(\text{लं} \sim \text{न})}{\text{ज्या}\,(\text{लं} + \text{न})}$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

तेनोनयुङ्मध्यकोणः कोणौ तौ लम्बलग्नकौ ॥*

इति सूत्रद्वयमुपपद्यते ।

अथाऽष्टमी प्रतिज्ञा ।

† तत्र भुजज्ययोर्या निष्पत्तिः सैव तत्संमुखकोणज्ययोर्निष्पत्तिः ।

यथात्र कल्प्यताम् । पूर्वोक्तनतांशलम्बांशद्युज्या चापांशेत्यवयवत्रयात्मके चापाजात्ये ग्रहध्रुवलग्नकोणयोर्जीवययोर्या निष्पत्तिः सैव नतांशलम्बांशयोर्जीवयोर्निष्पत्तिरित्येवमपरत्रापि ।

अत्रोपपत्तिः ।

अत्र चापजात्यद्वितीयसाध्येन नतांशकर्णजजात्ये $\frac{\text{त्रि}}{\text{नतांज्या}} = \frac{\text{ग्रकोज्या}}{\text{लंबृज्या}}$ ततः त्रि. लंबृज्या = नतांज्या. ग्रकोज्या । इति सेत्स्यति । एवं लम्बांशकर्णजजात्ये $\frac{\text{त्रि}}{\text{लंबृज्या}} = \frac{\text{ध्रुकोज्या}}{\text{लंबृज्या}}$ ततः त्रि. लंबृज्या = लंज्या. ध्रुकोज्या । अत एव नतांज्यां. ग्रकोज्या = लंज्या. ध्रुकोज्या । ततश्च $\frac{\text{नतांज्या}}{\text{लंज्या}} = \frac{\text{ध्रुकोज्या}}{\text{ग्रकोज्या}}$ = अत उपपन्नम् ।

इह पूर्वनिष्पत्तिमानाभ्यां जातम् । नतांज्या. ग्रकोज्या = लंज्या. ध्रुकोज्या । ततः $\frac{\text{नतांज्या. ग्रकोज्या}}{\text{लंज्या}}$ = ध्रुकोज्या । वा $\frac{\text{लंज्या. ध्रुकोज्या}}{\text{नताज्या}}$ = ग्रकोज्या । एतेन—

ज्ञातदोः संमुखी कोणजीवा तदज्ञातकोणस्य दोर्जीवया संगुणा ।
ज्ञातदोर्ज्यहृताऽज्ञातकोणज्यका
स्यात् त्रिबाहौ सदा गोलपृष्ठोद्भवे ‡ ॥

---

* अत्र बहिर्लम्बे द्वितीयपद्येनैतादृशेन भवितव्यम् ।
समासार्धभवा छाया तस्याश्छायासु यद्धनुः ॥
मध्यकोणेन युक्तोनं कोणौ तौ लम्बलग्नकौ ।
अत्र लघुरिक्थरूपं पूर्ववदेव ज्ञातव्यम् ॥

† अत्र पद्यम् ।
बाहुमौर्व्योस्तथा संमुखास्रोत्थयोर्जीवयोर्विज्ञ ! निष्पत्तिमाने च, ये ।
चापजातत्रिकोणे समे ते कथं संगिरन्ते सुगोलज्ञवर्या बुधाः ॥

‡ अत्र लघुरिक्थरूपं पूर्ववदेव स्पष्टमिति ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

इति भुजद्वयस्य तदेकाभिमुखकोणस्य च ज्ञानाद्द्वितीयभुजाभिमुखकोणज्ञानमुपपद्यते । अथ पूर्वसमीकरणेनैव नतांज्या $= \frac{\text{लंज्या. ध्रुकोज्या}}{\text{ग्रकोज्या}}$ तथा $\frac{\text{नतांज्या. ग्रकोज्या}}{\text{ध्रुकोज्या}}$ = लंबांज्या । इति सिध्यति । एतेन ।

* एवमज्ञातदोः कोणजीवा यदा ज्ञातबाहोर्ज्यया संगुणा भाजिता ।
ज्ञातबाहोस्तु कोणज्यया स्याद्गुणो, बाहुजोऽज्ञातकोण स्थितः संमुखः ॥

इति कोणयोस्तथा तदेकसंमुखभुजस्य च ज्ञानादन्यभुजानयनमुपपद्यत इति ।

अथद्वयोर्भुजयोस्तथैकभूजसंमुखकोणस्य च ज्ञाने तृतीयभुजज्ञानम् ।

कोणज्या लम्बदोर्ज्याघ्नी त्रिज्याप्ता लम्बशिञ्जिनी ।
भुजसम्बन्धिकोटिज्ये त्रिज्याघ्न्यौ लम्बजातया ॥
कोटिज्यया हृते लब्ध्योश्चापयोरन्तरं युतिः ।
तृतीयभुजरूपा स्याद्विषमत्रिभुजाभिधे ॥

यथात्रकल्प्यताम् । पूर्वोक्तचापजात्ये नतांशलम्बांशयोर्ज्ञाने ग्रहगतकोणस्य च ज्ञाने द्युज्याचापांशरूपतृतीयभुजज्ञानमभीष्टम् ।

अत्रोपपत्तिः ।

तत्र खमध्याद्द्युज्याचापापांशे लम्बकरणेन नतांशकर्णजजात्ये चापजात्यद्वितीयसाध्यान्तर्गत "कर्णज्याकोणजीवाघ्नी" इत्यादिसूत्रेण $\frac{\text{नतांज्या. ग्रकोज्या}}{\text{त्रि}}$ = लंबृज्या । ततो लम्ब ज्ञानान्नतांशलम्बांशकर्णजजात्ययोश्चापजात्यपञ्चमसाध्यगतेन "कर्णकोटिज्यकात्रिज्याघाते" इत्यादिसूत्रेण

$\frac{\text{नतांकोज्या. त्रि}}{\text{लंबृकोज्या}}$ = प्रआकोज्या । तथा $\frac{\text{लंबांकोज्या. त्रि}}{\text{लंबृकोज्या}}$ = द्विआकोज्या । तत एतयोश्चापे आबाधाकोटिचापे भवतः । बहिर्लम्बे अनयोरन्तरमेव द्युज्याचापांशमानं स्यात् । कोटिचापान्तरस्य भुजचापान्तरसमत्वात् आबाधान्तरस्य भूमानसमत्वाचेति । अन्तर्लम्बे तु तयोर्योगः साशीतिशताच्छुद्धः सन्नाबाधायोगरूपो भुजो भवतीति प्रसिद्धत्वान्नोक्तमिति । अत उपपन्नम् ।

अथ भुजद्वयस्य तदन्तर्गतकोणस्य च ज्ञाने द्वितीयभुजानयनम् ।

कोणकोटिज्यका ज्ञातबाह्वोर्ज्यभ्यां हता हता ।
त्रिज्यावर्गेण बाह्वोस्तु कोटिज्याहतिरुद्धृता ॥

* अत्रापि लघुरिक्थरूपं स्पष्टमेव ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

त्रिज्यया च तयोरैक्यं विवरं वाऽन्यबाहुजा।
कोटिज्या स्याद्गोलपृष्ठसंभवे त्रिभुजे सदा॥

स्पष्टम्।

यथात्र कल्प्यताम्। नतांशलम्बांशद्युज्याचापांशेतिपूर्वप्रतिपादिते चापाजात्ये लम्बांशद्युज्याचापांशयोस्तथा ध्रुवगतकोणस्य च ज्ञानान्नतांशज्ञानमभीष्टमिति।

अत्रोपपत्तिः।

* अत्र ध्रुवबिन्दौ याम्योत्तरवृत्तस्य ध्रुवप्रोतवृत्तस्य च स्पर्शरेखे कार्य्ये गोलकेन्द्रात्खमध्यग्रहचिह्ने यावत्त्रिज्यारेखे च कृत्वा ते वर्धनीये। ततो वर्धितखमध्यगसूत्रयाम्योत्तरवृत्तीयस्पर्शरेखयोः सम्पाताद्वर्धितग्रहगतसूत्रध्रुवप्रोतवृत्तीयस्पर्शरेखयोः सम्पातावधि रेखा कार्य्या सावद्धरेखाभिधा ततो याम्योत्तरवृत्तीयस्पर्शरेखावर्धितखमध्यगसूत्रसम्पाताद्ध्रुवावधि लम्बांशस्पर्शरेखा खमध्यगसूत्रं वर्धितं लम्बांशच्छेदनरेखा। एवमपरत्रापीति सर्वज्योत्पत्तिपरिभाषयैव स्पष्टम्। ततो लम्बांशस्पर्शरेखा एकोवयवस्तथा द्युज्याचापांशस्पर्शरेखाद्वितीयोवयवस्तथा च बद्धरेखा तृतीय इति सरलत्रिकोणे स्पर्शरेखाभ्यामुत्पन्नकोणमानं याम्योत्तरध्रुवपोतवृत्ताभ्यामुत्पन्नकोणसमम्। (गो. रे. क्षे. ३ अ. ६) ततो "भूसम्मुखास्त्रोद्भवकोटिशिञ्जिनी" इत्यादिना वा "कोणसंमुखभुजस्य च कृत्या" इत्यादि वैपरीत्येन सरलत्रिकोणमितिप्रकारेण

$$\text{लंच्छा}^2 + \text{द्युच्छा}^2 - \frac{\text{२ ध्रुकोकोज्या. लच्छा. द्युच्छा}}{\text{त्रि}} = \text{बद्धरेखा}^2$$

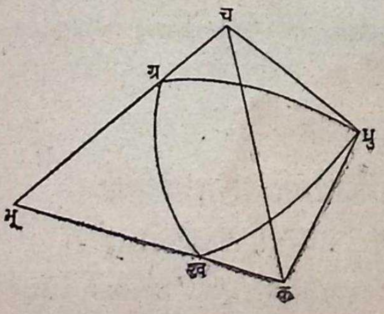
एवं च लम्बांशच्छेदनरेखावर्धितखमध्यगसूत्रे एकोऽवयवस्तथा वर्धितग्रहगतसूत्रे द्युज्याचापांशच्छेदनरेखा द्वितीयस्तथा च बद्धरेखातृतीय इति सरलजात्ये गोलकेन्द्रगतकोणस्य नतांशसमत्वात्

$$\text{लंछे}^2 + \text{द्युच्छे}^2 - \frac{\text{नतांकोज्या. लंछे. द्युच्छे} \times \text{२}}{\text{त्रि}} = \text{बद्धरेखा}^2$$

। अस्य पूर्वसिद्धबद्धरेखावर्गेण साम्यकरणेन.

---

* क्षेत्रपरिचयः



भू = भूकेन्द्रम्। ख = स्वस्वस्तिकम्। ध्रु = ध्रुवम्। ग्र = ग्रहस्थानम्। खध्रु = लम्बांशः। ग्रध्रु = द्युज्याचापांशः। खग्र = नतांशः। ध्रुक = लम्बांशस्पर्शरेखा। ध्रुच = द्युज्याचापांशस्पर्शरेखा। चक = बद्धा रेखा। भूक = लम्बांशच्छेदनरेखा। भूच = द्युज्याचापांशच्छेदनरेखा।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

$$लंच्छा^2 + द्युच्छा^2 - \frac{ध्रुकोकोज्या.\ लंच्छा.\ द्युच्छा \times 2}{त्रि} =$$

$$लंच्छे^2 + द्युच्छे^2 - \frac{नतांकोज्या.\ लंछे.\ द्युच्छे \times 2}{त्रि}$$ ततः समशोधनादिना जातम्

$$लंछे^2 + द्युच्छे^2 - लंच्छा^2 - द्युच्छा^2 = \frac{नतांकोज्या.\ लंच्छे\ द्युच्छे \times 2}{त्रि}$$

$$\frac{2 \times ध्रुकोकोज्या.\ लंच्छा.\ द्युच्छा}{त्रि}$$

अत्र स्पर्शरेखाच्छेदनरेखयोर्वर्गान्तरं त्रिज्यावर्गसमं तेन २ $त्रि^2$ =

$$\frac{नतांकोज्या\ लंच्छे.\ द्युच्छे.\ 2 - 2\ ध्रुकोकोज्या.\ लंच्छा.\ द्युच्छा}{त्रि}$$

ततस्तुल्यगुणनभजनाभ्यां जातं स्वरूपान्तरम् $त्रि^3$ = नतांशकोज्या. लंच्छे. द्युच्छे– ध्रुकोकोज्या. लंच्छा. द्युच्छा. अत्र त्रिज्यावर्गः कोटिज्याभक्तश्छेदनरेखा स्यात्तथा जीवा-त्रिज्ययोर्घातः कोटिज्याभक्तः स्पर्शरेखा स्यादिति ज्योत्पत्त्या सुप्रसिद्धमेव । अत उत्थापनेन

$$त्रि^3 = \frac{नतांकोज्या.\ त्रि^2.\ त्रि}{लंकोज्या.\ क्रांज्या} - \frac{ध्रुकोकोज्या.\ लंज्या.\ त्रि.\ द्यु.\ त्रि.}{लंकोज्या.\ क्रांज्या}$$ ततश्छेदगमे कृते

$त्रि^3$. लंकोज्या. क्रांज्या = नतांकोज्या. $त्रि^4$ – ध्रुकोकोज्या. लंज्या. द्यु. $त्रि^2$. पक्षौ त्रिज्यावर्गेण भक्तौ जातम् ।

त्रि. लंकोज्या. क्रांज्या = नतांकोज्या, $त्रि^2$ – ध्रुकोकोज्या. लंज्या. द्यु. ततः पक्षयोस्तुल्ययोगेन. ।

त्रि. लंकोज्या. क्रांज्या + ध्रुकोकोज्या. लंज्या. द्यु = नतांकोज्या. $त्रि^2$

$$अतः \frac{त्रि.\ लंकोज्या.\ क्रांज्या + ध्रुकोकोज्या.\ लंज्या.\ द्यु}{त्रि^2} = नतांकोज्या ।$$

$$वा.\ \frac{लंकोज्या.\ क्रांज्या}{त्रि} + \frac{ध्रुकोकोज्या.\ लंज्या.\ द्यु.}{त्रि^2} = नतांकोज्या$$ अत्र यदा ध्रुवगत-कोणमानं नवत्यधिकं तदा तस्य कोटिज्या क्षयात्मिका ततो द्वितीयखण्डस्य ऋणत्वाद्धनर्ण-योरन्तरमेव तदा योग इत्युपपन्नं यथोक्तम् ।

अथ भुजत्रयज्ञानेऽभीष्टकोणानयनम् ।

भूकोटिजीवा त्रिगुणाहतोना कोटिज्ययोर्दोर्भवयोर्वधेन ।
त्रिज्यागुणा दोर्गुणघातभक्ता ज्या सात्र भूसंमुखकोणकोटेः ॥

भूकोटीति ! भूकोटिजीवा त्रिगुणाहता त्रिज्यागुणा दोर्भवयोर्भुजस-

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

मुत्थितयोः कोटिज्ययोर्वधेन ऊना पुनस्त्रिज्याहता दोर्गुणघातभक्ता भुजज्ययोर्घातेन हृता तदा सा भूप्रंमुखकोणकोटेर्ज्या स्यात् ।

अत्रोपपत्तिः ।

अत्र पूर्वसूत्रानुसारेण-

$$\frac{\text{लंकोज्या. क्रांज्या}}{\text{त्रि}} + \frac{\text{लंज्या. द्यु. ध्रुकोकोज्या}}{\text{त्रि}^2} = \text{नतांकोज्या}$$ ततश्छेदगमे कृते जातं स्वरूपान्तरम् ।

लंकोज्या. क्रांज्या. त्रि + लंज्या द्यु. ध्रुकोकोज्या = त्रि^{2}. नकोज्या ततः लंज्या. द्यु. ध्रुकोकोज्या = त्रि^{2}. नतांकोज्या—लंकोज्या. क्रांज्या. त्रि. ततः ध्रुकोकोज्या = $$\frac{\text{त्रि (त्रि. नतांकोज्या—लंकोज्या. क्रांज्या)}}{\text{लंज्या. द्यु}}$$ अत उपपन्नं यथोक्तम् । *

अथवा सूत्रम् ।

भुजयोर्योगविवरकोटिज्ये ये तयोरिह ।
योगार्धमाद्यसंज्ञं स्यादन्यस्तद्विवराधकम् ॥
भूकोटिज्याद्यविवरं त्रिज्याघ्नं चान्यभाजितम् ।
लब्धं भूसंमुखस्यात्र कोणकोटिज्यका मता ॥

स्पष्टम् ।

* एतेन चापाजात्योक्तम् ।

त्रिज्यागुणाद्धरणिकोटिगुणाद्विहीनात् कोटिज्ययोर्भुजसमुत्थितयोर्वधेन ।
त्रिज्याहताच्च भुजयोर्गुणयोर्वधेन लब्धं गुणो धरणिसंमुखकोणकोटेः ॥

इति सूत्रमप्युपपद्यते ।

प्रकारेऽस्मिन् प्रघातमापकरूपं नानुसरतीत्यतोऽत्र शेषावयवज्ञानाय तदनुकूल प्रकारः ।

बाहुभेददलकोटिगुणघ्नी मध्यकोणदलकोटिजभा या ।
बाहुयोगदलकोटिगुणाप्ता कोणयोर्युतिदलस्य च भा स्यात् ॥

भुजभेददलज्याघ्नी मध्यकोणार्धकोटिभा ।
भुजैक्यदलजीवाप्ता कोणयोरन्तरार्धभा ॥

सूत्रयोरनयोः प्रघातमापकरूपं स्पष्टमेव ।

तत आधारलम्बकोणयोर्योगान्तरयोर्ज्ञानात्संक्रमणेन तयोर्ज्ञानं सुस्पष्टम् । ततश्च विषमत्रिभुजाष्टमक्षेत्रेणाधारज्ञानमपि स्पष्टमेवेति ।

इह सूत्रद्वयोपपत्तिरपि पूर्वदर्शितविषमत्रिकोणप्रपञ्चेन विभाव्येति ग्रन्थगौरवेणाऽलम् ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अत्रोपपत्तिः ।

पूर्वसूत्रेण ध्रुवगतकोणकोटिज्यास्वरूपम् ।

$$\text{ध्रुकोकोज्या} = \frac{\text{त्रि}\left(\text{त्रि. नतांकोज्या} - \text{लंकोज्या} \times \text{क्रांज्या}\right)}{\text{लंज्या. द्यु}}$$

अत्र हरभाज्यौ त्रिज्यया अपवर्त्तितौ तदा जातम् ।

$$\text{ध्रुकोकोज्या} = \frac{\text{त्रि}\left(\text{नतांकोज्या} - \frac{\text{लंकोज्या. क्रांज्या}}{\text{त्रि}}\right)}{\frac{\text{लंज्या. द्यु}}{\text{त्रि}}}$$

अथ कोटिज्याघातो ज्याघातोनाढ्यस्त्रिगुणेन भक्तश्चापयोर्योगान्तरकोटिज्या भवतीति ज्योत्पत्त्या सुप्रसिद्धमेव । अतो योगान्तरकोटिज्ययोर्योगार्धं यावत्क्रियते तावत्कोटिज्याघातस्त्रिज्याभक्तः सिध्यति । अन्तरार्धं च ज्याघातस्त्रिज्याभक्तः सिध्यतीति तावत्स्पष्टमेव । अतः प्रकृते तथा कृते जातम् ।

$$* \ \text{ध्रुकोकोज्या} = \frac{\text{त्रि.}\left\{\text{नतांकोज्या} - \frac{\text{कोज्या (लं + द्यु चा) + कोज्या (लं} \backsim \text{द्यु चा)}}{२}\right\}}{\frac{\text{कोज्या (लं} \backsim \text{द्यु चा) — कोज्या (लं + द्यु चा)}}{२}}$$

$$\text{ततः ध्रुकोकोज्या} = \frac{\text{त्रि. (नतांकोज्या — आद्य)}}{\text{अन्य}}$$

अत उपपन्नं यथोक्तमिति ।

अथ भुजत्रयज्ञाने भूसंमुखकोणार्धज्ञानमाह ।

भुजैलैक्यखण्डं द्विधोनं भुजाभ्यां हतिस्तज्ज्ययोस्त्रिज्यकावर्गनिघ्नी ।
भुजज्योत्थघातेन भक्ताऽथ तस्याः पदं बाहुसंलग्नकोणार्धजीवा ॥

भुजेति । भुजैलैक्यखण्डं भुजयोराधारस्य च योगार्धं द्विधा स्थाप्या भुजाभ्यां क्रमेणोनं तज्ज्ययोः हतिः त्रिज्यकावर्गनिघ्नी भुजज्योत्थघातेन भक्ता अथ तस्याःपदं बाहुसंलग्नकोणार्धजीवा भुजद्वयान्तर्गतकोणदलज्या स्यादिति ॥

$$* \ \text{यतः} \ \frac{\text{लंकोज्या. क्रांज्या}}{\text{त्रि}} = \frac{\text{कोज्या (लं + द्युचा) + कोज्या (लं} \backsim \text{द्युचा)}}{२} \ ।$$

$$\frac{\text{लंज्या. द्यु}}{\text{त्रि.}} = \frac{\text{कोज्या (लं} \backsim \text{द्युचा) — कोज्या (लं + द्युचा)}}{२}$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अत्रोपपत्तिः ।

अत्र भूकोटिजीवा त्रिगुणाहतोनेत्यादिपूर्वोक्तसूत्रेण $\frac{\text{नतांकोज्या.त्रि}^2-\text{लंकोज्या क्रांज्या.त्रि}}{\text{लंज्या. द्यु}}$ $=$ध्रुकोकोज्या ततः कोटिज्योना त्रिज्या उत्क्रमज्येति जातम् ।

$\frac{\text{लंज्य. द्यु. त्रि.}-\text{नतांकोज्या. त्रि}^2+\text{लंकोज्या. क्रांज्या. त्रि.}}{\text{लंज्या. द्यु}}$ $=$ध्रुकोउ । ततस्त्रिज्योत्क्रमज्यानिहतेर्दलस्य मूलं तदर्धांशकशिञ्जिनीवा, इति ज्योत्पत्तिनियमेन जातः कोणार्धज्यावर्गः ।

$$\frac{\text{लंज्या. द्यु. त्रि}^2-\text{नतांकोज्या. त्रि}^3+\text{लंकोज्या. क्रांज्या. त्रि}^2}{\text{लंज्या. द्यु. २}} = \text{ध्रुकोदज्या}^2 \text{ ।}$$

अथ तुल्यगुणकपृथक्करणेन । $\frac{\text{त्रि}^2\ (\text{लंज्या. द्यु}+\text{लंकोज्या क्रांज्या}-\text{नतांकोज्या. त्रि})}{\text{लंज्या. द्यु. २}}$ $=$ध्रुकोदज्या^{2} ।

* अत्र ज्याघातयुक्तः कोटिज्याघातस्त्रिज्याभक्तोऽन्तरकोटिज्याभवतीति ज्योत्पत्त्या फलितत्वात् ज्याघातयुक्तः कोटिज्याघातः खलु अन्तरकोटिज्यात्रिज्ययोर्घातसम इति तु स्पष्टमेव । अतः प्रकृते लम्बज्याद्युज्याघातयुक्तस्तयोः कोटिज्याघातोऽन्तरकोटिज्यात्रिज्याघातसम इत्युत्थापनेन $\frac{\text{त्रि}^2\ [\text{कोज्या. (लंबां} \backsim \text{द्युचा) त्रि}-\text{नतांकोज्या त्रि}]}{\text{लंज्या. द्यु २}}$

ध्रुकोदज्या^{2} वा $\frac{\text{त्रि.}^3\ [\text{कोज्या. (लंबां} \backsim \text{द्युचा)}-\text{नतांकोज्या}]}{\text{लंज्या. द्यु.२}}$ $=$ध्रुकोदज्या^{2} ॥

† परमत्र. चापविश्लेषयोगार्धज्ययोरित्यादिज्योत्पत्तिनियमेन. चापयोगान्तरार्धज्ययोर्घातो द्विघ्नस्त्रिज्याविभाजितः कोटिज्यान्तरं भवतीति सिद्धमस्ति । अतः प्रकृते लम्बांशद्युज्याचापांशयोरन्तरकोटिज्यायास्तथा नतांशकोटिज्यायाश्चान्तरस्य तथोत्थापने कृते ।

$$\frac{\text{त्रि}^3\ [\text{२ ज्या } \tfrac{1}{2}\ (\text{नतां}+\text{लंबां}-\text{द्युचा}).\ \text{ज्या. (नतां}+\text{द्युचा}-\text{लंबा})]}{\text{लंज्या. द्यु. २ त्रि}} = \text{ध्रुकोदज्या}^2 \text{।}$$

अत अपवर्त्तने कृते. $\frac{\text{त्रि.}^2\ \text{ज्या } \tfrac{1}{2}\ (\text{नतां}+\text{लंबां}-\text{द्युचा}).\ \text{ज्या (नतां}+\text{द्युचा}-\text{लंबां})}{\text{लंज्या. द्यु.}}$

---

* सरलत्रिकोणमित्या $\frac{\text{लंज्या द्यु}+\text{लंकोज्या. क्रांज्या}}{\text{त्रि}}$ $=$कोज्या (लं $\backsim$ द्यु) अतः लंज्या. द्यु $+$ लंकोज्या. क्रांज्या $=$ कोज्या (लं $\backsim$ द्यु). त्रि ।

† सरलत्रिकोणमित्या कोज्या (लं $\backsim$ द्यु) $-$ नकोज्या

$$= \frac{\text{२ ज्या}\tfrac{1}{2}\ (\text{लं}+\text{न} \backsim \text{द्यु}).\ \text{ज्या } \tfrac{1}{2}\ (\text{न}+\text{द्यु} \backsim \text{लं})}{\text{त्रि}}$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

ध्रुकोदज्या² । अथवा, ध्रुकोदज्या² =

$$\frac{\text{त्रि}^2\ \text{ज्या}\ \frac{1}{2}(\text{नतां} + \text{लंबां} + \text{द्युचा} - 2\ \text{द्युचा}).\ \text{ज्या}\ \frac{1}{2}(\text{नतां} + \text{लंबां} + \text{द्युचा} - 2\ \text{लंबां})}{\text{लंज्या. द्यु.}}$$

$$= \frac{\text{त्रि}^2.\ \text{ज्या}\ (\text{योदल} - \text{द्युचा}).\ \text{ज्या}\ (\text{योदल} - \text{लंबां})}{\text{लंज्या. द्यु.}}$$ अस्य पदं कोणदलज्येत्युपपन्नं यथोक्तम् । एवं भूसंमुखकोणदलकोटिज्यानयनम् ।

भूबाहुयोगदलमत्र परः सकूनस्तज्ज्यागुणः परगुणस्त्रिगुणस्य कृत्या ।
निघ्नः सदोर्गुणविघातहृतोऽस्य मूलं दोर्लम्बकोणदलकोटिरिहास्य चापम् ॥

भूबाहुयोगेति । भूबाहुयोगदलं आधारस्य भुजयोश्च योगार्धं अत्र परः परसंज्ञं भवति । स परः कूनः = आधारेण हीनः कार्यः तज्ज्यागुणः तस्य जीवया गुणितः परगुणः परज्यात्रिगुणस्य कृत्या निघ्नः स दोर्गुणविघातहृतः भुजयोर्ज्याघातेन भक्तः । ततोऽस्य मूलं ग्राह्यम् । इह अस्य मूलस्य चापं दोर्लम्बकोणदलकोटिर्भुजद्वयान्तर्गतकोणदलकोटिज्येति ।

अत्रोपपत्तिः ।

अत्र "भुजेलैक्यखण्डं" इत्यादि पूर्वसूत्रोपपत्तौ ।

$$\frac{\text{लंज्या.}\ .\ \text{त्रि}^2 - \text{नतांकोज्या}\cdot\ \text{त्रि}^3 + \text{लंकोज्या. क्रांज्या. त्रि}^2}{\text{लंज्या. द्यु. २}} = \text{ध्रुकोदज्या}^2$$

इति सिद्धमस्ति । ततो ज्यावर्गोनत्रिज्यावर्गस्तत्कोटिज्यावर्गः स्यादिति जातो ध्रुवगतकोणदलकोटिज्यावर्गः

$$= \frac{2\text{लंज्या. द्यु. त्रि}^2 - \text{लंज्या. द्यु. त्रि}^2 + \text{नतांकोज्या. त्रि}^3 - \text{लंकोज्या. क्रांज्या त्रि.}^2}{\text{लंज्या. द्यु. २}}$$

$$= \frac{\text{लंज्या. द्य. त्रि}^2 + \text{नतां कोज्या त्रि}^3 - \text{लंकोज्या. क्रांज्या. त्रि}^2}{\text{लंज्या. द्यु. २}}$$ अथवा

$$\frac{\text{नतांकोज्या. त्रि}^3 - \text{त्रि}^2\ (\text{लंकोज्या. क्रांज्या} - \text{लंज्या. द्यु})}{\text{लंज्या द्यु}\cdot\ २} = \text{ध्रुकोदकोज्या}^2$$ अत्रापि ज्याघातोनकोटिज्याघातस्त्रिज्यायोगकोटिज्याघातसमे ज्योत्पत्त्यैव अतस्तथोत्थापनेन

$$\frac{\text{नतांकोज्या. त्रि}^3 - \text{त्रि}^3.\ \text{कोज्या}\ (\text{लंबां} + \text{द्युचा})}{\text{लंज्या. द्यु. २}} = \text{ध्रुकोदकोज्या}^2 =$$

$$\frac{\text{त्रि}^3 \left\{ \text{नतांकोज्या} - \text{कोज्या}\ (\text{लं} + \text{द्युचा}) \right\}}{\text{लंज्या. द्यु.}^2}$$ अत्रापि पूर्ववदेव कोटिज्यान्तरस्य योगान्तरार्धज्याघातेन द्विघ्नेन त्रिज्याभक्तेन समत्वात् उत्थापनेन

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

$$\frac{\text{त्रि}^{2}\cdot \text{२ ज्या} \frac{1}{2}(\text{नतां}+\text{लंबां}+\text{द्युचा}).\ \text{ज्या}\frac{1}{2}(\text{लंबां}+\text{द्युचा}-\text{नतां})}{\text{लंज्या. द्यु. }^{2}\text{त्रि.}} =$$

अत्र यदि $\frac{\text{नतां}+\text{लंबां}+\text{द्युचा}}{2} = \text{पर}$ तदा $\frac{\text{त्रि}^{2}\ \text{परज्या. ज्या}(\text{पर}-\text{नतां})}{\text{लंज्या. द्यु}} =$ ध्रुकोदकोज्या^{2}. अस्यमूलं ध्रुवगतकोणदलकोटिज्या स्यात्ततश्चापं ध्रुवगतकोणदलकोटिरित्युपपन्न यथोक्तमिति ।—

अथ कोणत्रयज्ञाने भुजत्रयज्ञानमाह ।

स्वस्वकोणोनभार्धांशतुल्यैर्भुजैर्यस्त्रिबाहुः परस्तस्य कोणत्रयम् ।
प्रोक्तरीत्या प्रसाध्यं तदूना लवाः खाष्टचन्द्रा अभीष्टा भुजास्ते मताः ॥

स्पष्टमेवैतत् ।

अत्रोपपत्तिः ।

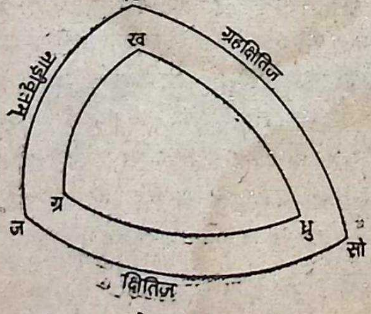
अत्र "एकस्य कोणजबृहत्कोटिः संमुखगोऽन्यदोः" इति गोलीयरेखागणितस्यैकादशक्षेत्रस्थनियमेन ज्ञातकोणत्रयोनभार्धांशैरुत्पन्नस्यान्यत्रिकोणस्य भुजत्रयज्ञानं संपद्येत । ततो भुजत्रयज्ञानात्तस्य कोणत्रयज्ञानं "भूकोटिजीवा" इत्यादिप्रकारैः संपद्येत परंचान्यत्रिभुजकोणानां प्रथमत्रिभुजभुजोनभार्धांशसमत्वात् साधितकोणत्रयोनभार्धांशसमाः प्रथमत्रिभुजभुजाः स्युरिति प्रसिद्धमेवेत्युपपन्नं यथोक्तमिति ।*

अथचापत्रिभुजे फलज्ञानाय प्रकारः ।

निखिलकोणयुतिर्भदलोनिता परिधिखण्डगुणा त्रिगुणाहता ।

* अत्र विशेषोक्तगोलीयरेखागणितस्य द्वितीयसाध्येन साम्यमतिरोहितमिति ।

अत्र परिचयः



अत्र ख, ग्र भ्रु विन्दूभ्यो नवत्यंशैर्वृत्तानि कार्याणि तदा (जरिसो) चापीयत्रिभुजस्य गोलीयरेखागणितैकादशक्षेत्रनियमेन प्रभु = रिसो = १८० − ग्रको । द्विभु = जरि = १८० − भ्रुको । तृभु = जसो = १८० − खको । एवं (जरिसो) अन्यत्रिभुजस्य भुजत्रयज्ञानं जातम् । ततो 'भूकोटिजीवा' इत्यादिप्रकारैः कोणत्रय ∠ज, ∠रि, ∠सो ज्ञानकार्यम् । ततोऽन्यत्रिभुजस्य कोणत्रयोनभार्धांशाः प्रथम (खग्रभ्रु) त्रिभुजे भुजाः स्युरिति सिद्धम् ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

खधृतिहृच्च फलं त्रिभुजे फलं भवति गोलजपृष्ठगते सदा ॥*

स्पष्टमेवैतत् ।

यथात्र कल्प्यताम् । नतांशलम्बांशद्युज्याचापांशेत्यवयवत्रयविशिष्टचापीय-त्रिभुजे फलानयनमभीष्टम् ।

---

* अत्र गोलीयबहुभुजक्षेत्रफलानयनार्थं पद्येनानेन ।

निखिलकोणयुतिर्भदलोनिता परिधिखण्डगुणा त्रिगुणाहता ।

खधृतिहृच्च फलं बहुबाहुके भवति गोलजपृष्ठगते सदा ॥

एतादृशेन भवितव्यम्–किन्तु चतुर्भुजादौ द्व्यादिगुणितभदलं ज्ञेयम् ।

अत्र बहुभुजक्षेत्रे कोणद्वयगतमहद्वृत्तकरणेन त्रिभुजान्युत्पाद्य तेषां पृथक् पृथक् पूर्वरीत्या फलान्यानीय तेषां योगे बहुबाहुकक्षेत्रफलं स्यादिति प्रसिद्धं तावत् । अतस्तथाकृते त्रिभुजकोणानां योगस्य बहुबाहुकक्षेत्रकोणयोगसमत्वात् तथा गुणहरयोः सर्वत्र समत्वाद्वासनाप्यत्र गोलनिपुणानामतिरोहितैवेति पल्लवितेनालम् । महद्वृत्तद्वयोत्पन्नवप्रक्षेत्रफलं वलयक्षेत्रफलं च विशेषेण लीलावतीटिप्पण्यां प्रदर्शितं तद्वासनापि गोलमर्मविदामतिरोहितैवेति किं लेखेन । इह प्रसंगान्महल्लघुवृत्ताभ्यांमुत्पन्नवप्रक्षेत्रफलस्यानयनं प्रदर्श्यते ।

यथात्र कल्प्यताम् । गोले पूर्वापराहोरात्रवृत्ताभ्यामुत्पन्नस्य वप्रक्षेत्रस्य फलानयनमभीष्टम् ।

अत्रोपपत्तिः ।

अत्र पूर्वापरकपालयोः पूर्वापराहोरात्रसंपातद्वये ध्रुवप्रोतवृत्तद्वयं कार्यम् ततस्तयोर्ध्रुवप्रोतवृत्तयोरन्तरे नाडीवृत्ताहोरात्रवृत्तोत्पन्नस्य चतुष्कोणाकारस्य वलयक्षेत्रखण्डस्य फलानयनं "उच्छ्रयगुणितो गोलोद्भवपरिधिः स्याच्चपृष्ठफलमत्र" इत्यादिवदेव ज्ञायते किन्तु गोलपरिधिस्थाने अत्र ध्रुवप्रोतान्तर्गतं नाडीवृत्तीयचापमानं ग्राह्यमिति वासनाप्यत्र सुगमैव । गोलपरिधिना वलयक्षेत्रफलं तदा चापमानेन किमिति त्रैराशिकात्तदुपलब्धेः । अथ पूर्वकपालीयस्य पूर्वापरनाडीध्रुवप्रोतवृत्तैरुत्पन्नस्य त्रिभुजस्य । तथा पूर्वापरनाडीद्वितीयध्रुवप्रोतवृत्तैरुत्पन्नस्य त्रिभुजस्य च फलज्ञानं त्रिभुजफलानयनप्रकारात्संपद्येत । त्रिभुजयोः सर्वावयवज्ञानात् । ततश्च सर्वयोगे नाडीपूर्वापरवृत्तोत्पन्नवप्रक्षेत्रफले शोधिते पूर्वापराहोरात्रवृत्तोत्पन्नस्याभीष्टवप्रक्षेत्रस्य फलं निष्पद्यत इति सर्वं स्पष्टमेव गोलनिपुणानां बुधानाम् ।

अत्र ग्रन्थगौरवभयात्सूत्रोपन्यासो न कृत इति । यदि लघुवृत्तद्वयोत्पन्नस्य वप्रक्षेत्रस्य फलानयनमभीष्टं तदा तथैव लघुमहद्वृत्ताभ्यामुत्पन्नस्य वप्रक्षेत्रस्य पृथक् पृथक् फलमानीय तयोरन्तरेऽभीष्टवप्रक्षेत्रफलं भवतीत्यपि गोलनिपुणानामतिरोहितमेव ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अत्रोपपत्तिः ।

अत्र परिधिव्यासघातः खलु गोलपृष्ठफलं भवतीति तावद्गोलपृष्ठफलानयनवासनया सिद्धमस्ति । अथ भांशैर्गोलपृष्ठफलं तदा वृत्तोत्पन्नकोणांशैः किमिति वप्रक्षेत्रफलं स्यात्

$\frac{\text{प. व्या. को}}{\text{३६०}} = \frac{\text{प. त्रि. को}}{\text{१८०}}$ = वफ प्रकृते $\frac{\text{त्रि. प. प्रको}}{\text{१८०}}$ = दृग्वृत्तध्रुवप्रोतजवप्रफ ।

तथा $\frac{\text{त्रि. प. ध्रु को.}}{\text{१८०}}$ = यावृध्रुवप्रोवफ । एवं च $\frac{\text{त्रि. प. खको}}{\text{१८०}}$ = यावृदृवृवप्रफ ।

इति स्यात् ततः सर्वयोगे कृते $\frac{\text{त्रि. प. कोणयोग}}{\text{१८०}}$ = वप्रत्रयफलयोग । परमत्र याम्योत्तर-ध्रुवप्रोतक्षितिजवृत्तैरुत्तरदिशि समुत्पन्नत्रिभुजस्य दक्षिणदिशि समुत्पन्नत्रिभुजेन साम्यात् । याम्योत्तरदृग्वृत्तक्षितिजवृत्तैरुत्पन्नत्रिभुजस्याधःस्थस्योर्ध्वस्थेन साम्यात् । एवं ध्रुवप्रोत-दृग्वृत्तक्षितिजवृत्तैरुत्पन्नत्रिभुजयोः षड्भान्तरस्थयोः साम्यात् ।*

क्षितिजवृत्तस्य गोलपृष्ठार्धकारकत्वाच्च पूर्वोक्तवप्रत्रयफलयोगोद्विगुणेष्टत्रिभुजफलयुतेन गोलार्धपृष्ठफलेन समो भवितुमर्हतीति गोलविदामतिरोहितमेव । अतः $\frac{\text{त्रि. प. कोणयोग}}{\text{१८०}}$

= गोदफ + २ त्रिभुफ । ततः $\frac{\text{त्रि. प. कोणयोग}}{\text{१८०}}$ − गोदफ = २ त्रिभुफ । वा

$\frac{\text{त्रि. प. कोणयोग}}{\text{१८०}} - \frac{\text{गोफ}}{\text{२}}$ = २ त्रिभुफ । ततः $\frac{\text{त्रि. प. कोणयोग}}{\text{१८०}} - \frac{\text{प. व्या.}}{\text{२}}$

= २ त्रिभुफ । वा

$\frac{\text{त्रि. प कोणयोग}}{\text{१८०}}$ — प. त्रि. = २ त्रिभुफ । वा

$\frac{\text{त्रि. प. कोणयोग − प. त्रि. १८०}}{\text{१८०}}$ = २ त्रिभुफ ततः

$\frac{\text{त्रि. प. (कोणयोग − १८०)}}{\text{१८०}}$ = २ त्रिभुफ ततः

$\frac{\text{त्रि. प. (कोणयोग − १८०)}}{\text{२} \times \text{१८०}}$ = त्रिभुफ । वा

$\frac{\text{त्रि.} \frac{\text{प}}{\text{२}} \text{. (कोणयोग − १८०)}}{\text{१८०}}$ = त्रिभुजफल । अत उपपन्नं यथोक्तमिति

श्रीचन्द्रशेखरसुधीपरिनिर्मितायां विद्वच्चकोरगणलोचनचन्द्रिकायाम् ।
दोषाम्बुदे रहितसद्विवृतौ सुबोधं चापत्रिकोणगणितं परिपूर्त्तिमागात् ॥

---

* अत्र विशेषोक्तगोलीयरेखागणितस्य द्वितीयसाध्येन साम्यमतिरोहितमिति ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

चेदवशिष्टम् ।

अत्र चापजात्यतृतीयसाध्यान्तर्गतेन "कर्णज्याकोणकोटिज्याघाते" इत्यादिवां भास्करोक्तं "मेषादिजीवाग्निगृहद्युमौर्व्या" इत्यादिसूत्रमुपपद्यते । तथा चापजात्यषष्ठसाध्यान्तर्गतेन "भुजसंमुखकोणज्या कर्णकोटिज्यकागुणा" इत्यादिसूत्रेण च भास्करोक्तं कमलाकरोक्तं च वलनानयनमुपपद्यते । पञ्चमसाध्येन कमलाकरोक्तं बिम्बीयान्तरांशानयनं" स्थित्यर्धानयनं, स्फुटलम्बनानयनं, बिम्बग्रहानयनं, क्रान्तिवृत्तीयस्फुटग्रहानयनं, इत्यादिप्रकारशतमुपपद्यते । एवं चापजात्यप्रपञ्चेनैवेच्छादिकूच्छायानयनाद्यनेकप्रकारा उपपद्यन्ते "कोणकोटिज्यका ज्ञातबाह्वोर्ज्याभ्यां हता हता" इत्यादिचापजात्यसिद्धान्तानुसारेण "दिग्ज्यापलभाक्षुराणे त्रिज्यार्कहृते च बाहुकोटिज्ये" इत्यादिभास्करोक्तम् । तथा "इष्टच्छायाहता दिग्ज्या पलभाघ्नत्रिभज्यका" इत्यादि । तथा "यदन्तरं भग्रुवयोः किलाल्पं तत्कोटिजीवा शरकोटिजाभ्याम्" इत्यादि तथा "ग्रहस्याऽस्फुटक्रान्तिजीवेषुकोटिज्यकाघ्नी" इत्यादि संशोधकोक्तं चेत्यादिप्रकारशतमुपपद्यत इत्यलंपल्लवितेन ।

एवं च जात्याजात्यप्रपञ्चवशेन चन्द्रगोलायनसन्धिज्ञानाद्यनेकगोलीयगणितप्रकारा उपपद्यन्ते ।

किन्तु चापाजात्ये कोणद्वयस्य तथैककोणाभिमुखबाहोश्च ज्ञाने अज्ञा[illegible] कोणात्संमुखभुजचापे लम्बकरणेन चापजात्यद्वयमुत्पाद्य ततश्चापजात्यसिद्धान्[illegible]रेव सर्वावयवज्ञानं सम्पद्यत इति स्पष्टमेव गोलनिपुणानाम् । एवं च चापाजा[illegible] कोणद्वयस्य तत्संसक्तभुजस्य च ज्ञाने सति "एकस्य कोणजबृहत्कोटिः संमुखगो[illegible]न्यदोः" इत्यादि गोलीयरेखागणितस्यैकादशक्षेत्रेण ज्ञातकोणद्वयोनभार्धांशमितौ द्वितीयत्रिभुजे भुजौ तथा ज्ञातभुजोनभार्धांशमितो द्वितीयत्रिभुजे भुजद्वयान्तर्गतकोणश्च भवितुमर्हति । ततस्तत्र सर्वावयवज्ञानं "कोणकोटिज्यका ज्ञातबाह्वोः" इत्यादिना संपद्यते । ततस्तदूनभार्धांशमिति अभीष्टत्रिभुजावयवा इति स्पष्टमेव ।

इति सर्वं प्रतिज्ञानां स्वरूपान्तरवशेन विभाव्यमिति विदुषामनादारास्पदेन ग्रन्थगौरवेणालम् ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अथ शिष्यबुद्धिवैशद्यार्थं प्रश्नाः ।

ज्ञातक्रान्तेर्भास्करस्योन्नतांशान् ज्ञात्वा बाहुं चैव योऽक्षांशमा
विज्ञो विद्यात्तं प्रवीणं हि मन्ये कोदण्डोत्थे जात्यसंत्रिक

नतांशान् बाहुमानं च यो विज्ञाय समा
दिगंशान् तं हि मन्येऽहं चापजात्यविदां
स्फुटां क्रान्तिं विना त्वं चेद्बिम्बीयस्फुटः
वदसि त्वां तदा मन्ये चापजात्यविदां

बिम्बीयायनवलनं विक्षेपं यो खग
अयनाख्यदृग्ग्रहं चेद्विद्याद्वै चापजा
बिम्बीयस्फुटवलनं विक्षेपं यो खगस्य
स्पष्टाख्यदृग्ग्रहं चेद्विद्याद्वै चापजात्य
...दिहाख्यपुराक्षमाने" ज्ञात्वा च देशाऽन्यत्र
...दिगंशान्यदि वेत्सि नूनं चापो... लोके ॥
शृङ्गोन्नतौ दृग्वलनं हिमांशोः सुसूक्ष्मरी
तदाऽपि विज्ञात्कमलाकरात्त्वं चापत्रिको
स्थित्यर्धमानं ... त्वं सुसूक्ष्म
तदाऽपि विज्ञात्कमलाकरात्त्वां चापत्रिकोणे
अर्कान्ययोः खेचरबिम्बयोस्त्वं बिम्बान्तरांशान् यदि
तदाऽपि विज्ञात्कमलाकरात्त्वां चापत्रिकोणे निपु
ज्ञात्वा नतासुं च नतांशमानं तथा पलांशान्य...
अर्कं तदा त्वं नियतं हि मन्ये चापोद्भवक्षेत्रवि
सहस्ररश्मौ समवृत्तयाते 'ज्ञात्वाऽपमं तस्य नतं च
पलांशमानं यदि वोबुधीपि चापत्रिकोणे निपुणस्त
ज्ञाताक्षभागः समवृत्तयातरवेर्विदित्वा नत...

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu